

ASPECTE TEORETICE ALE PROGRAMĂRII LOGICE

*Nicolae PELIN, Serghei PELIN**

Universitatea de Stat Tiraspol, Chișinău

**Universitatea „Alexandru Ioan Cuza”, Iași*

The present article focuses on some events that contributed to the appearance and evolution of formal logic, logic programming and Prolog programming language. The elements of logic programming theory that brought together let us comprehend the basic concepts are given - from alphabet and syntax to Horn clause. In some sections of the article, the material is structured and presented in the graphical form or in the form convenient for representation in a, so-called, "matrix of knowledge elements" - the environment for the problem description in structured form and tool for knowledge bases construction, used in programmed training.

Introducere

Programarea logică se bazează pe principiile logicii formale. Cercetarile în domeniul logicii formale au fost inițiate de Aristotel în secolul al IV-lea î.e.n. El a creat o operă preștiințifică în domeniul logicii, a elaborat teoria rațiunii și formele ei, învățătura despre silogisme, a formulat legile logicii. Logica lui Aristotel, cunoscută și sub denumirea de logică tradițională, este strâns legată de limbajul natural. În secolul al XIX-lea a apărut primul limbaj formal al logicii – logica propozițională, iar puțin mai târziu un limbaj mai avansat – logica predicatelor.

În limitele acestor formalisme ideile promovate de J.Robinson, R.Kowalski și alții, predominant din Marea Britanie, în anii '60 ai secolului trecut au pus bazele teoriei programării logice. Însă, prima versiune a limbajului de programare logică Prolog a fost elaborată de francezul A.Colmerauer, lingvist de specialitate. În anul 1971 în Marsilia a fost demonstrat primul interpretator al limbajului de programare Prolog. Denumirea limbajului Prolog este formată din prefixele cuvintelor „PROgramare LOGică”. Dar să nu confundăm noțiunile „limbajul Prolog” și „programare logică”. Prologul este doar o mică parte a teoriei programării logice, care în așa formă și-a găsit întrebuințarea practică.

Așadar, ce reprezintă programarea logică ca teorie? La baza limbajului de programare logică stau elementele logicii. Procesul deducerii unei concluzii în baza unor condiții prealabile se numește *deducție logică*. În deducția logică, mulțimea predicatelor unei concluzii se pun în concordanță cu mulțimea subiectelor altei concluzii. În procesul deducerii, pe baza subiectului unei concluzii și a predicatului altei concluzii, se formează o concluzie nouă. În așa fel, deducția logică poate fi determinată și ca un proces de raționament.

În articolul dat ne limităm numai la analiza elementelor teoriei limbajului de programare logică. Programarea logică este un limbaj universal, abstract, destinat pentru prezentarea cunoștințelor și rezolvarea problemelor. Este un mod de tratare a informaticii, prin care în calitate de limbaj de nivel înalt este utilizată logica predicatelor de ordinul întâi (ramură a logicii formale) în formă de fraze Horn [1, p.17].

Prologul este mai adaptat pentru rezolvarea problemelor inteligenței artificiale. Însă, a-l considera unic pentru acest domeniu ar fi incorect. LISP-ul este nu mai puțin cunoscut în domeniul inteligenței artificiale. Totuși, eleganța lui manifestată în construirea sistemelor de inteligență artificială nu au putut reține autorii monografiilor [2,3] de la dorința de a atrage atenția cititorilor, chiar și în titlurile de cărți, că Prologul este limbajul inteligenței artificiale.

Prin intermediul programelor în logică, de asemenea pot fi descrise și realizate bazele de date relaționale, problemele ingineriei programării și reprezentarea cunoștințelor. Limbajul Prolog este destul de bine adaptat și la soluționarea altor probleme, fapt care îl determină să fie destul de atragător și de perspectivă. În Prolog pot fi realizate diverse probleme. Întrebarea ar fi: cât de efectiv și util este pentru fiecare din ea? O analiză reușită în acest sens este făcută în [6, p.27]. Aprecierea perspectivelor limbajului Prolog este bine formulată în însăși denumirea monografiei [19].

Limbajul de programare Prolog ne atrage prin simplitatea sa. Un program scris în Prolog este ușor de citit. Datorită formalismelor universale ale frazelor lui Horn, textul programului scris în Prolog, în comparație cu programele scrise în alte limbaje, este mai puțin supus influenței particularităților ce țin de gestionarea cal-

culelor în calculator [1, p.18]. La utilizarea limbajului de programare logică o atenție deosebită se acordă descrierii structurii problemei aplicative și nu elaborării indicațiilor pentru computer, adică la ceea ce el (computerul) trebuie să realizeze pas cu pas.

În prezent Prologul este un limbaj bine cunoscut. La dezvoltarea lui lucrează diverse centre științifice și companii, printre care Asociația Programării logice (Londra) [16], Centrul dezvoltării Prologului (Copenhaga) [17] și altele [18].

Un limbaj de programare impune utilizatorului o viziune despre lume. Aceasta se manifestă prin faptul că programatorul, utilizând timp îndelungat un limbaj de programare și însușind conceptul acestui limbaj, va tinde să găsească noi sfere de utilizare pentru acele tipuri de calcule, la care acest limbaj este adaptat și va ignora acele sarcini pentru a căror soluționare acest limbaj este nepotrivit. Este oportună aprecierea viziunii impuse de diverse limbaje de programare pentru a determina concordanța lor vizavi de scopurile puse. Aceste raționamente se referă la ingineria ce ține de metaprogramare: dacă este pus scopul programării, urmează să fie determinate limbajele și mijloacele de programare care satisfac acest scop [1, p.13].

Unele noțiuni despre programe logice și interpretatorul Prolog

Programarea logică este bazată pe ideea că nu omul trebuie instruit să gândească în termenii de operare a calculatorului, dar calculatorul trebuie să îndeplinească instrucțiunile, similar cum le-ar face omul [12, p.10]. În forma sa pură, programarea logică presupune că înseși instrucțiunile nici nu se includ, iar în locul lor, evident, în formă de axiome logice, sunt formulate date (cunoștințe) despre problemă și presupuneri (ipoteze), suficiente pentru soluționarea ei. Mulțimea de axiome este o alternativă pentru un program obișnuit și poate fi îndeplinită în acel caz, dacă va fi pusă o afirmație-scop formulată în formă de afirmație logică.

Lumea reală în programul logic realizat la calculator. În logică, o situație reală poate fi descrisă prin propozițiile (disjuncțiile) lui Horn, adică prin mulțimea de fapte, reguli și întrebări. La prelucrarea computațională aceste propoziții (disjuncți), conform unei strategii de dirijare stabilite inițial (de exemplu, căutare în adâncime) sunt supuse influenței de dirijare (gestionare), folosind așa noțiuni ca unificarea și metoda rezoluțiilor. Ordonarea mulțimilor faptelor și regulilor, la fel și consecutivitatea stabilită a afirmațiilor-scop (propoziția lui Horn, scrisă în formă de între bare), formează așa-numitul program computațional aplicativ. Interpretatorul logic este un program care „știe” cum să deducă concluzii din mulțimile de propoziții Horn. Reieșind din cele sus-menționate, apare întrebarea despre interpretarea adecvată a noțiunii de algoritm și a noțiunii de program vizavi de prezentarea tradițională.

Noțiunea de algoritm în filosofia programării logice. Conform definiției [10, p.55], algoritmul (în prezentare tradițională) este totalitatea de reguli ce determină procedura efectivă de soluționare a oricărei probleme dintr-o mulțime de probleme date. Limbajele algoritmice pot fi considerate ca o concretizare a noțiunii de algoritm. În acest caz, algoritmul este tratat ca un text, scris în limbajul algoritmic. Semantica limbajului determină pentru fiecare algoritm (program), scris în acest limbaj, o totalitate de calcule, care se realizează în dependență de starea informației, prelucrată prin acest algoritm. Reieșind din această definiție a algoritmului, problema și procesul de soluționare a ei este un tot unitar.

În filosofia programării logice ideea prezentării algoritmilor prin identificarea separată a componentelor „logica” și „gestiune” joacă rolul principal [5, p.127-128]. R.Kowalski a prezentat schematic această idee în felul următor:

$$\text{algoritm} = \text{logica} + \text{gestionare}.$$

Separarea logicii de gestiune (deducție logică ca mecanism de calcul) simplifică problema analizei posibilităților logice ale algoritmului și eficacitatea lui în procesul executării.

Programul în limbajele algoritmice (tradiționale) de programare. Scopul fiecărui calcul constă în transformarea stării inițiale într-o altă stare finală, „obligând” calculatorul să urmeze un șir de pași succesivi, stabiliți inițial [5, p.299]. Programul este necesar pentru a stabili exact această continuitate și el (programul) însuși trebuie pastrat în memoria mașinii. Prin urmare, programul trebuie să fie alcătuit din instrucțiuni discrete ce descriu detaliat atât pașii stărilor, cât și consecutivitatea lor. În așa mod, putem ajunge la conștientizarea noțiunii „limbaj de programare von Neumann” ca un limbaj de instrucțiuni pentru mașină. Toate limbajele algoritmice (de la Fortran și Algol până la Modula și Java) sunt limbaje de tipul von Neumann. Reieșind

din aceasta, deducerile de mai departe prezentate în [5, p.127-128] de asemenea sunt evidente. Dacă un program este descrierea algoritmului, atunci schematic poate fi reprezentat în felul următor:

program = descrierea algoritmului.

Luând în considerație schema lui R.Kowalski, schema de mai sus poate fi reprezentată ca

program = descrierea (logica + gestionare).

A separa în așa mod scrierea programelor în limbajele algoritmice, în cele mai dese cazuri, este imposibil. În limbajele algoritmice procesul de executare a programului este reglat de stările în care se află variabilele. Însă, prin aceste stări se determină ce atribuiri pot avea loc și în ce ordine. Adică, a descrie (logică + gestionare) în programul algoritmic se poate numai ca un tot. În acest caz, legăturile logice dintre variabile nu pot fi analizate și explicate fără a face trimitere la executarea programului. Însă, această circumstanță este fatală pentru practica programării.

Sarcina ce stă în fața programatorului având la dispoziție un interpretator logic. Programând în logică, programatorul dispune deja de o descriere a procesului de executare a calculului, ca parte componentă a interpretatorului logic (un motor de inferență). Procesul de executare a calculului nu depinde de problema în cauză. Scopul programatorului constă în descrierea logicii soluționării problemei. Programatorul trebuie doar să înțeleagă corect comportamentul interpretatorului ce-i stă la dispoziție. Alegând logica corespunzătoare a programului inițial, el capătă posibilități mari în gestionarea comportamentului programului său.

Așadar, în programele logice practic nu se face descrierea gestionării cu procesul de calcul, deoarece deja se află în competența interpretatorului. Din cele sus-menționate reiese că formula se reduce la expresia:

program = descrierea logicii,

adică, pentru identificarea mulțimii de afirmații logice poate fi folosit termenul „program”. Din aceste considerente, am convenit ca în articolul de față să fie prezentată teoria programei scrise în logică, iar în articolul care va urma se va face descrierea calculului executat în mod automat de către interpretatorul logic. Considerăm că, din punct de vedere metodologic, această separare permite, într-o oarecare măsură, o altă viziune asupra aceleiași materii ce ține de programarea logică și poate trezi interes suplimentar la studierea problemei.

Pentru conștientizarea diferenței dintre programarea logică și cea algoritmică, schemele prezentate mai sus sunt de o importanță majoră. Dar, totuși, trebuie să ținem cont de unele constrângeri puse în limbajul practic de programare Prolog. Predicatul *cut* [28], admiterea dreptului de a nu aplica legea comutativă ce ține de conjuncții ale lui Horn [4,25], forma conjunctiv-normală utilizată în Prolog, alte aspecte asigură mari posibilități programatorului, dar fac limbajul Prolog mai puțin logic. Posibil, problemele ce țin de curățenia limbajului, din punctul de vedere al logicii, vor fi soluționate în noile versiuni ale limbajelor logice de programare care vor urma; posibil, aceste probleme parțial sunt deja soluționate în limbajul logic Mercury.

Caracterul nondeterminist al programelor logice. Programele scrise în logică pot da o mulțime de rezultate de alternativă. Dacă programul concret permite mai mult decât un rezultat, atunci el se consideră nondeterminist. Caracterul nondeterminist presupune lipsa factorilor care determină exact mersul executării programului. Prologul este un limbaj de programare nondeterminist, deoarece în afirmațiile programelor logice lipsesc factorii ce determină mersul executării ei.

Interpretatorul limbajului Prolog. Noțiunea „interpretare” în traducere din latină înseamnă explicare, traducere. Interpretatorul este un procesor al limbajului, care rând cu rând analizează programul la ieșire și concomitent execută unele acțiuni prescrise, dar nu formează în limbajul mașinii un program compilat, care să fie realizat ulterior [11, p.245].

Interpretatorul limbajului Prolog este un mecanism al deducției logice, acea „forță activă” care execută *de facto* programele scrise în Prolog. Despre interpretatorul limbajului Prolog se va scrie în unul din articolele următoare.

Programarea logică ca teorie

După cum s-a menționat mai sus, programarea logică a luat naștere în adâncurile logicii formale și nu ne putem lipsi de cunoașterea unor elemente importante din logica propozițională și logica predicatelor. Aceste formalisme sunt bine descrise și pe larg în mai multe surse [1,4,6,7,8,14]. În ce ne privește, vom menționa,

succint, numai momente din logica propozițională și logica predicatelor necesare pentru descrierea aspectelor principale care ne aduc la (și țin de) teoria programării logice.

Logica propozițională este o teorie simplă, dar utilizată pe larg în diverse domenii. Practic, stă la baza oricărei teorii logico-matematice. Simplitatea ei nu este un obstacol pentru a o considera plină de conținut și utilizată pe larg pentru diverse probleme teoretice și aplicative. Informaticienii ar trebui să manifeste străduință față de studierea logicii, ca astfel să se poată descurca mai ușor în mai multe probleme, inclusiv în programarea logică, în principiul de lucru al interpretatorului limbajului de programare logică, în versiunile practice ale limbajului Prolog.

Dupa cum știm, logica propozițională este un limbaj ce studiază propoziții atomice, adică propoziții ce nu pot fi descompuse. Ele pot fi desemnate prin simbolurile p, q, r și interpretate ca *adevăr* ori *fals* $[A, F]$.

Logica predicatelor permite de a pătrunde în structura internă a propoziției, având o formă de prezentare, de exemplu, $p(a,b)$, dar poate fi interpretat ca și în logica propozițională, numai împreună – ca $[A, F]$.

Propozițiile compuse se formează cu ajutorul legăturilor, analogice conjuncției «și», desemnate în formule prin simbolul \wedge , «ori» \vee , «dacă....., atunci» \supset , «atunci și numai atunci, când» \equiv și negația „not”, desemnata prin \neg . Prioritatea legăturilor în propozițiile compuse se stabilește ca în matematică cu ajutorul parantezelor. Pentru a reprezenta totalitatea propozițiilor, care formează un text integru, rareori se folosește semnul «,». În logica predicatelor se operează și cu cuantificatori universal și existențial, noțiuni de constante și variabile. Regulile de formare a formulilor se reduc la: a) stabilirea bazelor, că propozițiile elementare p și q în logica propozițională (ori $p(a, b)$ și $q(x, y)$ în logica predicatelor), sunt formule (formule elementare, atomice), iar b) propozițiile compuse se formează prin utilizarea succesivă a pasului inductiv $\neg p$, $p \wedge q$, $p \vee q$, $p \supset q$ și $p \equiv q$ de câte ori este necesar.

Veridicitatea formulilor se determină cu ajutorul tabelilor de adevăr, a formulilor mai complicate – prin aplicarea metodelor algoritmice și a tabelilor de adevăr. Interpretarea prin care valoarea veridicității formulei este A se numește **modelul** acestei formule. Formula ce admite unul sau mai multe modele se numește *executabilă*, iar cea care nu admite nici un model – *neexecutabilă*. Dacă formula admite un model indiferent de valoarea formulilor atomice din care constă, atunci formula este numită *tautologie*.

Pentru interpretarea formulilor cu ajutorul metodelor algoritmice pot fi utilizate transformări echivalente cu scopul de a le aduce la o formă normală.

În programarea logică se operează cu forme normale conjunctive sau normale disjunctive. În prezentul studiu ne limităm doar la examinarea formelor normale conjunctive. De aceea, este tocmai timpul să inițiem noțiunea de disjunct.

Disjunctul. Disjunctul (clauses) se numește disjuncția numărului finit al literalilor, adică a propozițiilor elementare sau negația lor.

Fie p_1, p_2, \dots, p_n – mulțime de literali, atunci prezentarea formală a disjunctului poate fi următoarea:

$$p_1, \vee p_2 \vee \dots \vee p_n,$$

Disjunctul poate să conțină numai un literal. În cazul acesta prezentarea formală a disjunctului va fi, de exemplu, p , adică identică cu prezentarea unei propoziții (formule) elementare. Disjunctul poate să nu conțină nici un literal. În acest caz îl vom identifica prin \square .

Noțiunea de disjunct are o însemnătate practică majoră. Descrierea problemelor și algoritmilor în termeni disjunctivi constituie baza programării logice și a limbajului Prolog în particular. De fapt, Prologul operează numai cu o submulțime de disjunctivi, numiți *disjuncții lui Horn*, care vor fi explicați mai jos.

Un disjunct vid, adică un disjunct care nu are nici un literal, este unicul din disjuncții care nu sunt executabili și este desemnat prin F . Determinarea noțiunii de disjunct vid este importantă în programarea logică. Odată cu introducerea ei apare posibilitatea determinării scopului în deductorul automat al problemelor.

Forma normală conjunctivă (FNC). Explicând noțiunea de disjunct, aducem definiția FNC. Forma normală conjunctivă este caracterizată prin conjuncția numărului final de disjunctivi. Formal poate fi reprezentată astfel:

$$(p_1, \vee p_2 \vee \dots \vee p_n) \wedge (\neg q_1 \vee \neg q_2, \dots, \neg q_m) \wedge \dots \wedge (r_1 \vee r_2 \vee \dots \vee r_l)$$

sau

$$S = \{ (p_1, \vee p_2 \vee \dots \vee p_n), (\neg q_1 \vee \neg q_2, \dots, \neg q_m), \dots, (r_1 \vee r_2 \vee \dots \vee r_l) \}.$$

Orice formulă logică poate fi transformată în FNC. Orice FNC poate fi retransformată în FNC care conține numai disjunții Horn. Dovada corectitudinii acestor afirmații se poate găsi, de exemplu, în [4].

Definiția disjunțiilor Horn. În articolul dat analizăm doar FNC care conține numai disjunții Horn (în sursele bibliografice mai pot fi numiți *propoziții, clauze, fraze Horn*), în care se admite cel mult câte un literal pozitiv.

În corespondență cu definiția dată, disjunctul $\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee s$ este disjunct Horn și este echivalent implicației $(p \wedge q \wedge r) \supset s$. Dacă acest disjunct îl vom scrie în forma $s: -p, q, r$, atunci el (disjunctul Horn) poate asemui regula de structură a frazei tipice pentru gramatica liberă de context [8, p.49]. În acest disjunct propozițiile și simbolul F pot fi considerate simboluri ale acestei gramatici. Așa o formă de prezentare este apropiată de cea acceptată în limbajul Prolog, dacă literalii sunt considerați ca proceduri.

Disjunctul Horn *unar* conține numai un literal pozitiv și nici unul negativ. Exemplu de formă scrisă: $s:-$. Acest disjunct servește pentru reprezentarea faptelor.

Disjunctul Horn *fix* conține un literal pozitiv și unul sau mai mulți literalii negativi. Disjunctul *fix* exprimă regula în care literalii negativi sunt ipoteze, reprezentate de propoziții corespunzătoare, iar literalii pozitivi-încheiere. Exemplu de formă scrisă: $s:-p,q,r$. Această propoziție corespunde înscrierii pentru un disjunct *fix*.

Disjunctul Horn *negativ* poate fi reprezentat astfel: $F :- p,q,r$. Aceasta corespunde noțiunii «scop, întrebare» sau, mai exact, «negarea scopului, întrebării». În exemplul dat scopul (disjunctul Horn *negativ*) este compus. Exemplu al unui scop simplu: $F:-p$.

Formatul înscrierii scopului și faptelor în Turbo-Prolog (versiune bine cunoscută a limbajului de programare în legătură cu numeroasele publicații în mai multe limbi [8,22,23,24,25,26,27]) se deosebește de cel al înscrierilor prezentate mai sus, având la bază același conținut. De exemplu, înscrierea unui scop simplu în Turbo-Prolog va fi: p . Înscrierea scopului compus în acest limbaj: p,q,r . Înscrierea faptului: p . Pentru a nu confunda, spre exemplu, faptele p cu întrebările p , faptele și regulile se înscriu într-un compartiment al programului, numit *CLAUSES*, iar scopul se înscrie în alt compartiment al programului, numit *GOAL*.

Logica predicatelor. Până în prezent, pentru descrierea unui șir de elemente, acceptate în programarea logică, ne-am limitat la formalismul logicii propozițiilor. Pentru îndeplinirea următorilor pași în programarea logică necesităm formalismul logicii predicatelor.

Cum s-a menționat mai sus, în logica predicatelor propozițiile elementare, la fel ca în logica propozițiilor, sunt considerate ca un tot unitar, interpretat cu semnificația ori *Adevăr*, ori *Fals*. Cu toate acestea, în logica predicatelor este posibilă formalizarea structurii interne. Să demonstrăm aceasta printr-un exemplu. Să analizăm o propoziție elementară:

«Limbajul Prolog este mai eficient decât limbajul C».

În logica propozițiilor putem stabili numai adevărul acestei propoziții. În logica predicatelor putem prezenta și structura ei internă. În acest context, relația «*este mai eficient decât*» vom nota-o prin P , iar obiectele legate cu această relație «*Limbajul Prolog*» și «*limbajul C*» le vom nota prin q_1 și q_2 . Atunci, prezentarea formală a formulei atomice pentru

Limbajul Prolog este mai eficient decât limbajul C
obiect relație obiect
 $q_1 P q_2$

va fi expresia: $P(q_1, q_2)$. Pentru a opera cu noțiunile logicii predicatelor, este important de a avea cunoștințe mai clare despre formula atomică pentru a nu confunda mulțimea definițiilor fiecăruia din elementele ei. Definițiile elementelor respective sunt bine formulate în diverse izvoare [1,4,7,13,14]. Totuși, după cum arată practica, aceste definiții sunt însușite cu greu de către studenți în procesul de instruire.

În viziunea noastră, este eficientă prezentarea formulei atomice în formă de arbore (Fig.1), propusă în [14] pentru perceperea mai ușoară a tuturor elementelor în interconexiune.

În calitate de identificator simbolic P pentru relație în formula atomică în general și în formula $P(q_1, q_2)$ se folosește termenul „*constantă predicativă*”. Obiectele q_1, q_2 sunt termeni, care au rolul de argumente în formulă, iar însuși $P(q_1, q_2)$ se numește *formă predicativă*. Numărul argumentelor în formă predicativă determină aritatea ei. De exemplu, forma predicativă $P(q_1, q_2)$ este de aritatea *doi*; forma predicativă P – de aritatea *zero*; forma predicativă $P(a,b,c)$ – de aritatea *trei*.

Toate componentele posibile ale formulei atomice în logica predicatelor poate fi identificată și prezentată demonstrând în formă grafică legăturile dintre ele, după cum să vede din Figura 1.

Deci, formula atomică, ori atomul, este forma predicativă (de exemplu, $p(a,b)$ ori $p(a,b,x)$), prezentată în forma prefix, ori o relație (de exemplu, $s = t$), prezentată în formă infixă. Forma infixă poate fi înlocuită cu cea prefixă, dacă se acceptă un acord în acest caz. Atunci, în cazul exemplului nostru, formula atomică va fi prezentă în forma: $= (s,t)$. Restul componentelor formulei atomice pot fi formulați interpretând elementul corespunzător din Figura 1.

Obiectele logicii predicatelor sunt exprimate prin variabile și constante funcționale de aritate $zero$. În limbajul logicii predicatelor este inclus limbajul logicii propoziționale. Propozițiile în logica predicatelor sunt considerate ca constante predicative fără argumente. Ea se mai numește constanta predicativă cu aritatea $zero$, ori constantă de aritatea $zero$.

În limbajele naturale se întâlnesc frecvent expresii de tipul «pentru toți bărbații», «pentru unii studenți» și multe alte expresii analogice. Expresiile universale de tipul «pentru toți...» în logica predicatelor sunt identificate prin cuantificatorul universal \forall , iar «pentru unii...» – prin cuantificatorul existențial \exists .

Înscrierea $\forall xP(x)$ semnifică «pentru toate valorile lui x $P(x)$ – propoziție adevărată». Exemplu: $\forall x(x^2+1>0)$ – pentru fiecare valoare x inegalitatea $(x^2+1>0)$ este adevărată.

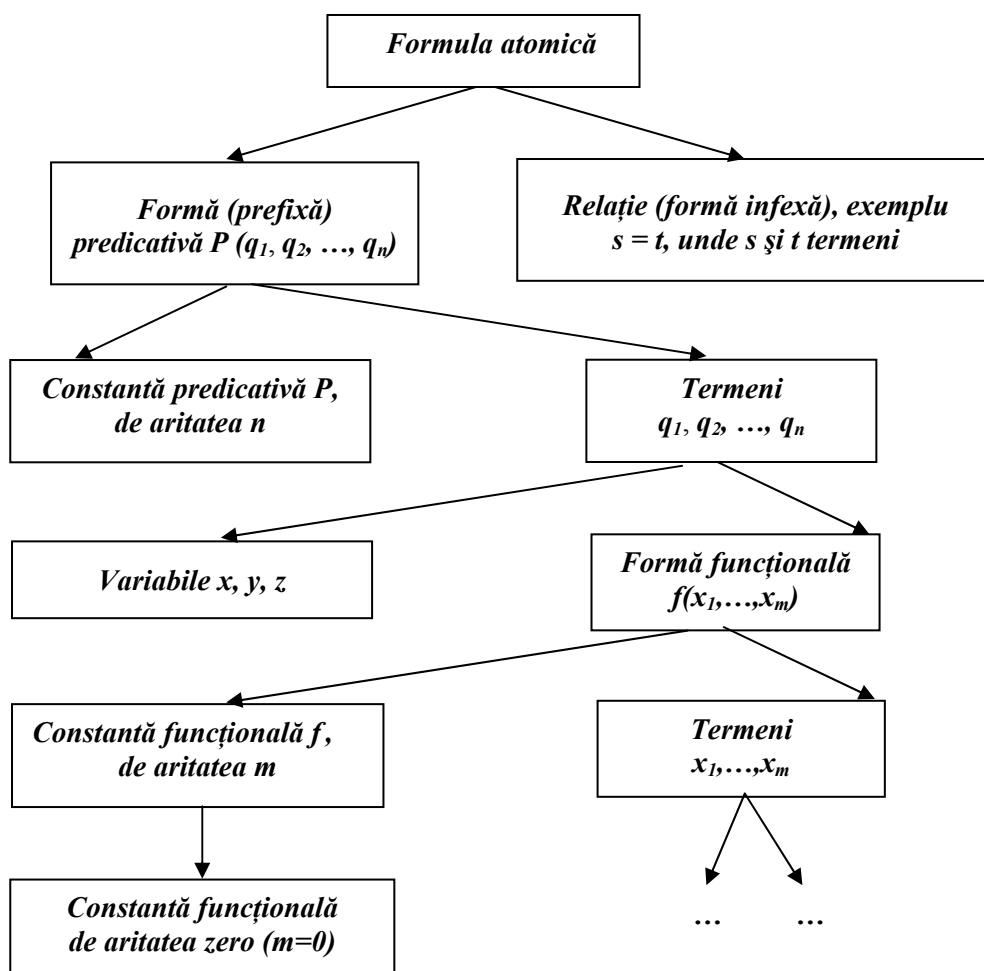


Fig.1. Prezentare grafică a tuturor componentelor posibili în formula atomară a logicii predicatelor.

Înscrierea $\exists xP(x)$ denotă «pentru unele valori ale lui x $P(x)$ – propoziție adevărată».

Exemplu: $\exists x(3+x=3)$ – dacă $x=0$ egalitatea $(3+x=3)$ este adevărată.

Să reținem că dacă în componența formulei este o variabilă, atunci înainte de a i se atribui o valoare de adevăr acestei formule, variabila urmează a fi cuantificată.

Simbolurile de bază ale limbajului logicii predicatelor sunt: variabile, constante de aritate 0, constante predicative, conectori (negația, conjuncția, disjuncția, implicația și echivalența) logici, cuantificatorii universal și existențial.

Variabilele și rolul lor. În matematică variabilele constată, în structura obiectului matematic, acele locuri, care prin utilizarea acestui obiect vor fi ocupate de alte obiecte. Variabilele se divizează în *variabile libere* și *variabile legate*. De exemplu, în formula

$$S = \sum_{i=1}^n \mathbf{6} x,$$

x – variabilă liberă, i – variabilă legată.

În logică, din înțelegerea intuitivă a cuantificării reiese că există legături între intrările variabilei ce se conține în cuantificator. Examinăm formula $\forall x p(x)$. Aici variabila x este «legată».

Domeniul de acțiune a unui cuantificator este formula în care se aplică această cuantificare, iar variabila x în cuantificatorii $\forall x$ sau $\exists x$ se numește *cuantificată*. Fiecare intrare a variabilei x în aria de acțiune a acestei cuantificări este legată. Examinăm altă formulă: $\forall x p(x) \wedge q(x)$. Aici prima intrare a variabilei x este «legată», a doua – «liberă».

Despre interpretarea formulelor în logica predicatelor. La fel ca în logica propozițională, formulele logicii predicatelor pot fi identificate prin semnificația: $[A, F]$. Totodată, în logica predicatelor formulele constau nu numai din subformule și literalii, dar și din termeni, adică variabile și forme funcționale. Ultimele, la rândul lor, constau din constante funcționale, legate corespunzător cu un număr potrivit de termeni. Intuitiv, noțiunea de termen înseamnă obiect. Prin urmare, interpretarea trebuie să specifice mulțimea de obiecte, care constituie domeniul de interpretare.

Să examinăm o metodă de construcție a semanticii logicii predicatelor, care se prezintă astfel:

- 1) se evidențiază o mulțime nevidă, numită domeniul de interpretare;
- 2) se determină funcția ce pune în comparație expresiile limbajului cu obiecte, mulțimi de obiecte sau relația dintre obiecte din domeniul de interpretare;
- 3) în baza acestor condiții se determină noțiuni importante ce țin de executabilitatea, veridicitatea, tautologia formulelor limbajului cercetat.

O informație mai amplă referitor la interpretarea limbajului logicii predicatelor o putem găsi în [4, p.62-64] și în [21, p.23-24].

În logica predicatelor, suplimentar la transformările echivalente din logica propozițională, există, la rândul lor, formule suplimentare, care descriu corelația dintre cuantificări și conectori [4, 9,13,14].

Forma prenex și legătura ei cu formulele logicii propoziționale. Analogic cu formele disjunctiv și conjunctiv normale ale formulelor din logica propozițională, se aduc la forma normală și formulele logicii predicatelor. Dar aici operăm cu cuantificatorii și domeniile lor de acțiune pot fi destul de complicate. Problema se simplifică pentru cazul formelor prenex. După cum se știe, forma prenex este o formulă ce constă din matrice, în fața căreia stau un șir de cuantificatori finiți. Acești cuantificatori se referă la diverse variabile și ordinea lor contează. În cazul când cuantificarea se repetă pentru una și aceeași variabilă, putem accepta numai primul cuantificator: aceasta se coordonează cu regula generală de interpretare a formulelor cuantificate [4, p.69-70]. Așadar, formula se prezintă astfel: $Q_1x_1, Q_2x_2, \dots, Q_nx_nM$, unde simbolul Q denotă ori \forall , ori \exists , pentru $i=1, 2, \dots, n$ și M – formulă (matrice) care nu conține cuantificatori.

Interesul față de formele prenex este legat de teorema: „Pentru orice formulă logică există o formă prenex, logic echivalentă ei”. Aici nu vom analiza algoritmul deducerii formei prenex. Etapele deducerii formei prenex sunt aduse, de exemplu, în [4, p.70-71].

FCN, deduse în logica propozițională, se extind și asupra logicii predicatelor. FCN este formă prenex, a cărei matrice este conjuncția disjuncțiilor.

Probleme ce apar în operarea cu formele prenex. Orice formulă a logicii predicatelor permite forma prenex echivalentă. Pe de altă parte, forma prenex permite forma echivalentă, normală, uneori mai voluminoasă decât cea inițială. Formele prenex prezintă interes și prin faptul că păstrează puterea expresivă a cal-

culului predicatelor și cer utilizarea „disciplinată” a mecanismului de cuantificare. Dar anume aceasta este foarte greu de realizat.

Pot fi fixate limite mai stricte de utilizare a mecanismului de cuantificare, cu toate că prin aceasta puterea expresivă a mecanismului de cuantificare se diminuează.

Pentru aceasta, fiecare formulă A este comparată cu oricare formulă S_A – simplă în construcție și care satisface doar condiția că și S_A , și A sunt concomitent executabile ori sunt imposibil de executat. Formula S_A este cunoscută sub denumirea *forma Skolem*. În Figura 3 este reprezentat algoritmul de aducere în forma Skolem.

Legătura dintre A și S_A este strict mai slabă decât echivalența logică. Și totuși, dovada neexecutabilității devine mai efectivă, dacă ne limităm la formulele reprezentate în forma Skolem. Operând cu forme Skolem, se analizează numai forme prenex ale formulilor logicii predicatelor, și aceste formule trebuie să fie închise.

După cum cunoaștem, formule închise sunt acele formule care nu au variabile libere.

Exemple:

1. $\forall x [Q(x) \wedge \forall y \exists z P(a,y,z)] \wedge R(x)$ – formulă deschisă.
2. $\forall x [Q(x) \wedge \forall y \exists z P(a,y,z) \wedge R(x)]$ – formulă închisă.

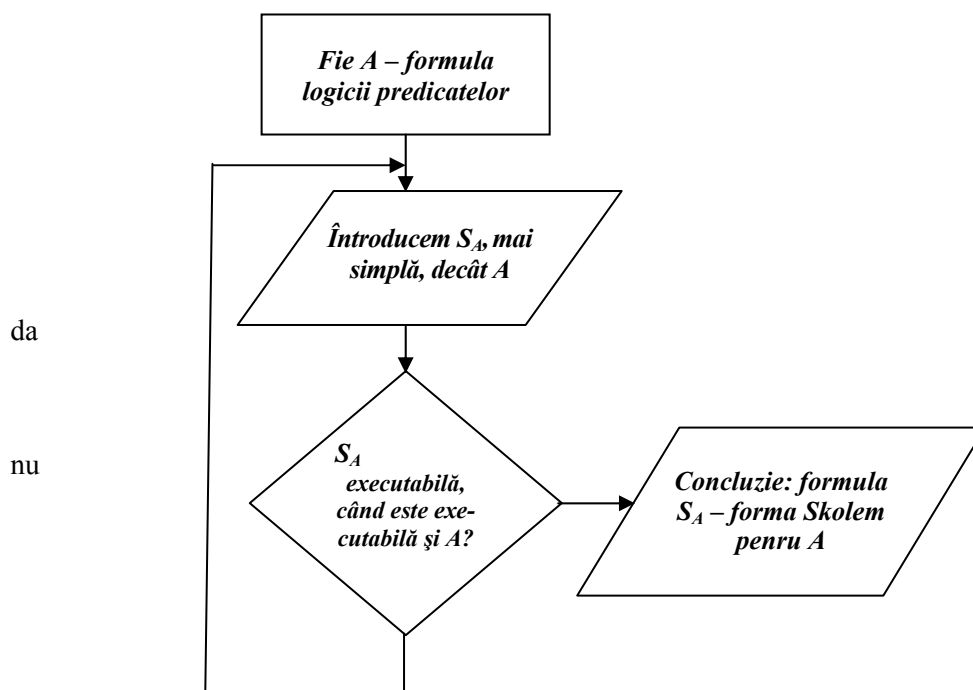


Fig.2. Bloc-schema algoritmului de determinare a formei Skolem.

Operațiile preventive de retransformare a unei formule a logicii predicatelor în forma Skolem ne aduc la forma prenex închisă. Procesul de retransformare a formulei logicii predicatelor în forma Skolem presupune reprezentarea cuantificatorului \exists prin \forall .

Forma clauzală. Formă clauzală se numește așa o forma Skolem S_A a formulei logicii predicatelor A , a cărei matrice se găsește în FNC, adică

$$S_A = \langle \text{consecutivitatea cuantificatorilor universali} \rangle [\text{matricea în FNC}].$$

Oricare formă Skolem admite formă clauzală echivalentă.

Nu există un algoritm care ar permite să stabilim că o formulă este tautologie, neutră ori neexecutabilă, deoarece ea poate să dispună de o mulțime infinită de interpretări. În situația dată prezintă interes rezultatele lui Herbrand. Ele duc la controlul simplificat al executabilității formulilor.

Universul Herbrand. Ideea de bază care ne aduce la noțiunea „universul Herbrand” constă în următoarele [4, p.7]. Forma clauzală este neexecutabilă atunci și numai atunci când primește valoarea F în toate interpretările. Analizarea tuturor interpretărilor posibile este irealizabilă, dar ar fi bine dacă ar exista posibilitatea de a determina o arie specială strâns legată de forma clauzală studiată, și forma nominalizată să fie neexecutabilă atunci și numai atunci când ea primește valoarea F în toate interpretările acestei arii. Așa o arie există și se numește *universul Herbrand*.

Forma frazală a logicii predicatelor. Forma frazală a logicii predicatelor este o metodă de scriere a formulelor, în care se folosesc numai conectorii \neg, \wedge, \vee . FNC determinată mai sus este reprezentată în forma frazală. Literalul este o formulă atomică pozitivă ori negativă. Fiecare frază în parte reprezintă o mulțime de literalii, conectați prin \vee . Aceasta nu este altceva decât un disjunct, determinat mai sus. Literalii negativi sunt repartizați la sfârșitul fiecărei fraze, iar cei pozitivi la început [1, c.53-54]. Schematic forma frazei este:

$$p_1 \vee p_2 \vee \dots \vee p_n \vee \neg q_1 \vee \neg q_2 \vee \dots \vee \neg q_m.$$

După cum se știe, o frază poate fi examinată ca o noțiune generalizată a implicației. De exemplu, dacă p și q sunt formule atomice, atunci formula $p \vee \neg q$ în același timp poate fi reprezentată și ca $q \supset p$.

Termenii «frază» și «formă frazală» de asemenea sunt utilizați și la fel se folosesc ca și termenii «disjunct» și «FNC».

Cuantificarea variabilelor în formă frazală. Cuantificare evidentă a variabilelor în formă frazală nu se face. Dar se subînțelege că toate variabilele sunt cuantificate. Astfel, în fraza $P(x,y,z) \vee Q(x,y,z)$ se subînțelege prezența cuantificatorilor, adică această frază se interpretează (se subînțelege) în felul în care este scrisă mai jos:

$$\forall x \forall y \forall z [P(x,y,z) \vee Q(x,y,z)].$$

Structura programului logic standard. Un program logic standard constituie o afirmație scop (întrebare) și un număr arbitrar de proceduri (fapte și reguli). Numărul și lungimea afirmațiilor nu este limitat. În programe reale, constanta predicativă și termenii formulei atomice sunt identificați, pentru a fi mai ușor citit în limbajul natural, nu numai prin caractere (litere latine, cifre etc.), dar și prin cuvinte ori grupe de cuvinte, divizate unele de altele (de exemplu, în limbajul Turbo-Prolog) prin simbolul subliniere. Constantele în limbajul Turbo-Prolog, dacă nu sunt luate în „”, se încep cu literă latină minusculă ori cu cifre arabe, variabilele – prin majusculă ori simbolul subliniere. Exemplu de program scis în limbajul Turbo-Prolog:

```

PREDICATES
  parinte(symbol,symbol)
CLAUSES
  parinte(ion,nicolae).
  parinte(nicolae,sergiu).
  parinte(sergiu,diana).
  bunei(X,Z):-
  parinte(X,Y),
  parinte(Y,Z).
GOAL
  bunei(X,diana).

```

Textul programului conține toate trei tipuri de propoziții Horn: trei fapte (disjuncți unari), o regulă (disjunct fix) și o întrebare ori un scop (disjunct negativ). În urma coordonării scopului *bunei(X, diana)* X se leagă cu valoarea *nicolae*.

Ordinea în care procedurile (fapte și reguli) urmează în program nu are semnificație logică, deoarece fiecare procedură constată un fapt ce ține de problema preconizată pentru soluționare. Totuși, procedurile cu una și aceeași constantă predicativă se adună într-o grupă.

Concluzii

În articol sunt analizate succint unele aspecte teoretice ale elementelor programării logice.

Din punct de vedere metodologic și restricții în volum, s-a atras atenția doar la aspectele principale. În afara studiului au rămas mai multe direcții alternative ori de importanță secundară. Dar și astfel prezentată,

materia poate fi interesantă pentru cei care doresc să se informeze în linii generale despre teoria programării logice. Informația din prezentul studiu este structurată în așa fel pentru a fi mai ușor prezentată în «matricea elementelor de cunoștințe» [15] și utilizată în sisteme automatizate de educație, inclusiv la distanță prin Internet.

Referințe:

1. Малпас Дж. Реляционный язык Пролог и его применение / Пер. с англ. Под. ред. В.Н. Соболева. - Москва: Наука, 1990. - 464 с.
2. Макаллистер Дж. Искусственный интеллект и Пролог на микроЭВМ / Пер. с англ.- Москва: Машиностроение, 1990. - 240 с.
3. Братко И. Программирование на языке Пролог для искусственного интеллекта / Пер. с англ. - Москва: Мир, 1990. - 560 с.
4. Тей А., Грибомон П., Луи Ж. и др. Логический подход к искусственному интеллекту: от классической логики к логическому программированию / Пер. с франц. Пермякова П.П. Под. ред. Гаврилова Г.П. - Москва: Мир, 1990. - 432 с.
5. Хоггер К. Введение в логическое программирование / Пер. с англ. - Москва: Мир, 1988.- 348 с.
6. Cotelea V. Programarea în logică. - Chișinău: Nestor, 2000. - 394 p.
7. Ковальски Р. Логика в решении проблем // Проблемы искусственного интеллекта / Пер. с англ. - Москва: Наука, 1990. - 280 с.
8. Masalagiu C., Ibănescu L., Andrei Ș. Practica programarii în TURBO PROLOG. - Iași, 1998.
9. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. 2–е изд., перераб. и доп. - Москва: Энергоатомиздат, 1988. - 480 с.
10. Словарь по кибернетике / Под ред. В.С. Михалевича. 2-е изд. - Киев: Гл. ред.УСЭ, 1989. - 751 с.
11. Толковый словарь по вычислительным системам / Под ред. В. Иллинуорта и др. Пер. с англ. - Москва: Машиностроение, 1989. - 568 с.
12. Стерлинг Л., Шапиро Э. Искусство программирования на языке Пролог. - Москва: Мир, 1987. - 235 с.
13. Pelin S. Prezentarea realității cu ajutorul logicii. Raport prezentat în doctorantura Universității „Alexandru Ioan Cuza”. - Iași, 2007.
14. Пелин Н. Элементы логического программирования. - Кишинев: Nestor, 2000. - 171 с.
15. Pelin N., Pelin S., Pelin A. The matrix of knowledge elements effective tehnology for knowledge management. Proceedings of the International Conference “Knowledge management: Projects, Systems and Tehnologies”. Volume I, november 9-10, 2006, Bucharest. The 2nd supliment of the review INFORMATICA ECONOMICA. Volume X, ISSN 1453-1305, p.63-71.
16. <http://www.cs.kuleuven.ac.be/~dtai/projects/ALP/>
17. www.pdc.dk
18. www.prolog.md
19. Доорс Дж., Рейблейн А., Вадера С. Пролог – язык программирования будущего. – Москва: Финансы и статистика, 1990. - 144 с.
20. Лорьер Ж.-Л. Системы искусственного интеллекта / Пер. с франц. - Москва: Мир, 1991. -568 с.
21. Логика и компьютер. Моделирование рассуждений и проверка правильности программ / Н.А. Алешина, А.М. Анисов, П.И. Быстров и др. - Москва: Наука, 1990. - 240 с.
22. Янсон А. Турбо-Пролог в сжатом изложении. - Москва: Мир, 1991. - 94 с.
23. Ин Ц., Соломон Д. Использование Турбо-Пролога. - Москва: Мир, 1993.- 608 с.
24. Shildt R. Turbo-Prolog. V.1.0 - Borland, 1988. - 457 p.
25. Tatar D. Inteligență Artificială: demonstrarea automată a teoremelor, prelucrarea limbajului natural.- Cluj-Napoca: Editura Albastră, 2001. - 230 p.
26. Language Tutotial: Prolog 3.31. - Copenhagen: PDC, 1996. - 465 p.
27. Pelin S., Orlovski I. Turbo-Prolog. - Chișinău: UȘAM, 2001. - 17 p.
28. Robinson J. Logic programming – past, present and future. - New Generation Computing, 1, 1983, p.107-121.

Prezentat la 18.03.2008