

MODELUL SCORING-ULUI LINEAR

Gheorghe BUNESCU

Catedra Finanțe și Bănci

Nowadays, different types of automatic systems are used for efficiency rising of a large number of mass decisions approvals (ex. granting of retail loans). Most of them are based on difficult mathematic-statistical theories and instruments widely known as Data Mining. This paper describes the linear scoring model which is one of the simplest but often used in practice automatic decision approval model. The economic-mathematical meaning of linear scoring is demonstrated on the example of banking credit activity. This meaning helps practical economists to estimate precisely the given model's applicability area and to take deliberate decisions.

În activitatea multor organizații, în special a celor financiare, deseori apare problema luării deciziei privind acceptarea sau respingerea unei afaceri, de exemplu, privind acordarea creditului unui anumit client. Conform abordării clasice, în asemenea situații are loc o analiză economică detaliată a debitorului potențial în scopul estimării solvabilității lui viitoare. Această abordare este destul de costisitoare, deoarece consumă mult timp și necesită un personal calificat. Totodată, implicarea factorului uman în procesul examinării situației economice a clientului mărește riscurile operaționale ale organizației financiare.

În scopul argumentării deciziilor privind acordarea creditelor și diminuării cheltuielilor aferente poate fi utilizată o procedură formalizată – scoring. La momentul actual sunt elaborate mai multe modele sofisticate de scoring, care se bazează pe diferite metode de clasificare, regresie, căutare a regulilor asociative, clasterizare etc., cunoscute în literatura specializată cu denumirea „Data Mining”.

În același timp, în practica contemporană deseori sunt utilizate niște modele de scoring simple, care reprezintă anchete cu variante de răspuns, asociate cu anumite puncte.

Ancheta-scoring

Întrebare (indicatori financiari)	Variante de răspuns / puncte aferente			Punctajul total
Indicator 1	A	B	C	
	2	1	0	
Indicator 2	D	E	F	
	5	2	1	
Indicator 3	G	H	I	
	4	3	0	
În total				Σ

Pentru fiecare răspuns debitorul potențial acumulează puncte și dacă punctajul total depășește o anumită limită, atunci decizia privind acordarea creditului este pozitivă, în caz contrar – negativă. În fața anchetelor în cauză se pune o singură sarcină – de a separa cât mai corect (cu greșeli minime) pe baza unui set de criterii prestabilite debitorii potențial insolubili de cei solvabili. Pentru rezolvarea acestei probleme poate fi utilizat modelul de scoring liniar, care va fi descris în prezentul articol.

În scopul descrierii modelului de scoring liniar este necesar de a introduce unele noțiuni și de a face următoarele presupuneri.

Firma F (debitorul potențial) se caracterizează prin 3 indicatori financiari X , Y și Z , care formează un spațiu 3-dimensional* (R^3). Ca urmare, $F(X_F, Y_F, Z_F)$ – indicatorii financiari ai firmei F , care reprezintă un punct al spațiului R^3 .

* Rezultatele obținute pentru spațiul 3-dimensional pot fi extinse pentru orice spațiu n-dimensional.

În continuare se vor utiliza următoarele notații:

π – planul de scoring menit să separe spațiul R^3 în două semispații (una cu firme „bune” și a doua, respectiv, cu cele „rele”);

$\bar{n}(A,B,C)$ – vectorul perpendicular pe planul π (vectorul normal);

a – dreapta cu proprietățile: $a \parallel \bar{n}$ (a este paralelă la \bar{n}), respectiv $a \perp \pi$ (a este perpendiculară la π).

Ecuția parametrică a dreptei a paralelă la vectorul \bar{n} , ce trece prin punctul $F(X_F, Y_F, Z_F)$, este:

$$\frac{X - X_F}{A} = \frac{Y - Y_F}{B} = \frac{Z - Z_F}{C} = t \quad (1)$$

Din (1) rezultă:

$$\begin{cases} X = X_F + At \\ Y = Y_F + Bt \\ Z = Z_F + Ct \end{cases} \quad (2)$$

Fie $P(X_P, Y_P, Z_P) = a \cap \pi$, altfel spus, P reprezintă proiecția lui F pe π . Ecuția planului π este:

$$\begin{aligned} \pi: A(X - X_P) + B(Y - Y_P) + C(Z - Z_P) &= 0 \text{ sau} \\ AX + BY + CZ &= AX_P + BY_P + CZ_P \end{aligned} \quad (3)$$

Notăm $(AX_P + BY_P + CZ_P)$ prin $-D$. Vom accepta presupunerea că mărimea D este constantă, deoarece ecuația planului nu poate fi influențată de variabila ce se utilizează pentru localizarea unui punct din plan. Din (2) și (3) avem:

$$\begin{aligned} A(X_F + At) + B(Y_F + Bt) + C(Z_F + Ct) &= -D \Rightarrow AX_F + BY_F + CZ_F + t(A^2 + B^2 + C^2) = -D \\ t &= -\frac{D + AX_F + BY_F + CZ_F}{A^2 + B^2 + C^2} \end{aligned} \quad (4)$$

În continuare se va calcula distanța de la punctul F la proiecția sa P :

$$d = \sqrt{(X_F - X_P)^2 + (Y_F - Y_P)^2 + (Z_F - Z_P)^2} \quad (5)$$

Luând în considerație că $X_P = X_F + At$; $Y_P = Y_F + Bt$; $Z_P = Z_F + Ct$, simplificăm formula de mai sus:

$$d = |t| \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \quad (6)$$

Deoarece ca date inițiale dispunem doar de valoarea indicatorilor financiari, mărimile A, B, C, D se vor stabili prin soluționarea unei probleme de optimizare cu următoarea formă:

$$\sum_{i=1}^n \tilde{d}_i \rightarrow 0 \quad (7)$$

unde:

$$\tilde{d}_i = \begin{cases} 0, \text{ firma } i \text{ este buna } t < 0 \\ d_i, \text{ firma } i \text{ este buna } t > 0 \\ 0, \text{ firma } i \text{ este rea } t > 0 \\ d_i, \text{ firma } i \text{ este rea } t < 0 \end{cases} \text{ – mărimea abaterii negative de la planul } \pi \text{ a firmei } i \quad (8)$$

mărimea abaterii negative – distanța de la un punct la proiecția sa pe plan, în cazul când punctul ar fi trebuit să aibă o poziție superioară planului, dar s-a situat la un nivel mai inferior, și viceversa;

n – numărul firmelor analizate.

Scoring-ul pentru firma F se va calcula în modul următor:

$$S_F = d \mathbf{R} \cdot (-1) \cdot \text{sign}(t) \quad (9)$$

unde:

$\text{sign}(t)$ – semnul variabilei t .

Utilizând relațiile stabilite în (6) și (9) vom simplifica ecuația de mai sus a scoring-ului. Vom înlocui ecuația din (9) cu relațiile din (4) și (6):

$$S_F = \left| -\frac{D + AX_F + BY_F + CZ_F}{A^2 + B^2 + C^2} \right| \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot (-1) \cdot \text{sign}(t) \quad (10)$$

Vom stabili următoarea relație:

$$\text{sign}(t) = \text{sign}(-(D + AX_F + BY_F + CZ_F)) \Rightarrow (-1) \cdot \text{sign}(t) = \text{sign}(D + AX_F + BY_F + CZ_F) \quad (11)$$

Deoarece modulul din formula din (10) nu influențează semnul scoring-ului, utilizând legitatea din (11) obținem:

$$S_F = \frac{D + AX_F + BY_F + CZ_F}{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_F = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} X_F + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} Y_F + \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} Z_F + \frac{D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \quad (12)$$

Semnul scoring-ului obținut relevă calitatea de debitor a firmei; astfel, dacă $S_F > 0$, atunci firma este „bună”, iar dacă $S_F < 0$ atunci firma este „rea”. Mărima scoring-ului reflectă cât de pronunțat este caracterul „bun” sau „rău” al firmei; astfel, cu cât S_F este mai departe de 0, cu atât mai certă este clasificarea firmei în funcție de semnul scoring-ului.

Din punctul de vedere al matematicii (geometrie), mărima scoringului reflectă distanța dintre punctul spațiului n-dimensional (care se asociază cu o anumită companie) și planul de scoring, care separă firme „bune” de cele „rele”.

Calculul scoring-ului pentru firma S_F (12) reprezintă o funcție liniară de la indicatorii ei financiari X_F, Y_F, Z_F (argumente sau variabile independente), unde coeficienții: $\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, $\frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, $\frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, $\frac{D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ sunt constante determinate în procesul rezolvării problemei de optimizare (7).

În urma celor expuse pot fi formulate următoarele concluzii:

1. Pentru elaborarea unei anchete-scoring adecvate situației reale a organizației (ex., segmentului de piață pe care activează organizația în cauză) este necesară o bază de date (ex., valorile indicatorilor financiari) privind clienții ei.

2. Utilizarea modelului de scoring liniar în scopul ajustării anchetei-scoring în baza datelor privind clienții „buni” și „răi” se confruntă cu următoarele probleme majore:

a) În caz dacă factorii (datele privind clienții) primesc valorile categoriale (ex., forma organizațională a firmei), ele trebuie să fie transformate în valori numerice, ceea ce în practică poate prezenta o anumită dificultate.

b) Factorii (ex., indicatori financiari ai firmelor) trebuie să aibă o capacitate de prognozare a solvabilității debitorului potențial, să coreleze cu ea. În alți termeni, spațiul n-dimensional al firmelor trebuie să fie divizibil în două semispații – clienți „buni” și clienți „răi”. Aceasta necesită alegerea unei combinații optime a factorilor.

c) Ajustarea anchetei-scoring prin aplicarea modalității de optimizare descrise în (7) și (8) în unele cazuri poate să nu aducă rezultate satisfăcătoare. În asemenea situații este necesar de a reexamina trăsăturile specifice ale factorilor utilizate în calcul, de a preciza scopul anchetei în cauză, de a reformula problema de optimizare și / sau de a modifica restricțiile aplicate la model.

3. Utilizarea modelului de scoring liniar în scopul ajustării anchetei-scoring în baza datelor privind clienții „buni” și „răi” are următoarele avantaje majore:

a) Calculul scoring-ului se efectuează în baza unei funcții liniare simple, care se înțelege intuitiv, ușor se interpretează și ușor se aplică în practică.

b) Ancheta-scoring poate fi periodic ajustată (învățată) în scopul de a implementa modificările de ultimă oră în activitatea organizației.

c) Modelul de scoring liniar descris în prezentul articol nu necesită aplicarea unui soft specializat sofisticat și poate fi realizat în Excel, ceea ce mărește considerabil domeniile lui de aplicare practică.

Bibliografie:

1. Bessis Joel. Risk Management in Banking. 2nd ed. - Great Britain, Padstow, 2002. – 792 p.
2. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / Под ред. А.А. Лобанова и А.В. Чугунова. - Москва: Альпина Паблицер, 2003. – 786 с.
3. Барсегян А.А., Куприянов М.С., Степаненко В.В., Холод И.И. Методы и модели анализа данных: OLAP и Data Mining: Учебное пособие. - Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2004. - 336 с.

Prezentat la 17.03.2008