

К ВОПРОСУ О ВЕРИФИКАЦИИ НЕКОТОРЫХ ФИЗИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В МЕТОДИКЕ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

*Александр КОНОВАЛ, Татьяна ТУРКОТ**

*Криворожский педагогический институт ГВУЗ «Криворожский национальный университет»
Херсонская академия непрерывного образования

В статье предлагается анализ модели взаимодействия двух проводников с током с учетом специальной теории относительности.

Ключевые слова: *дидактический метод, методологический анализ, физическая модель, релятивистская инвариантность.*

VERIFICAREA UNOR MODELE FIZICE ÎN METODOLOGIA DE STUDIERE A ELECTRODINAMICII

În articol se prezintă analiza modelului de interacțiune a două fire electrice cu curent, ținându-se cont de teoria relativității speciale.

Cuvinte-cheie: *metodă didactică, analiză metodologică, model fizic, invarianță relativistă.*

TO THE ISSUE OF VERIFICATION OF SOME PHYSICAL MODELS IN THE METROLOGY OF STUDYING ELECTRODYNAMICS

The article proposes the analysis of the model of interaction of two wires with the current taking into account the special theory of relativity.

Keywords: *didactic method, methodological analysis, physics model, relativistic invariance.*

Цель изучения физики в классических и педагогических университетах состоит в овладении студентами фундаментальными научными и профессиональными знаниями, умениями и навыками, необходимыми для творческой профессиональной деятельности. Одной из концептуальных основ, на которой зиждется реализация этой цели, является фундаментализация физического образования, что предполагает в первую очередь опору в обучении на дидактический принцип научности. Поэтому методика изучения электродинамики должна соответствовать методологии научного познания.

Исходя из этого, целью статьи мы определили теоретико-методический анализ проблемы верификации некоторых физических моделей при изучении электродинамики и специальной теории относительности на физических факультетах классических и педагогических университетов.

Так, в результате исследований было показано [1], что релятивистское рассмотрение (в рамках классической электронной теории, как это обычно принято в руководствах по основам электродинамики [2; 3; 4; 5]) взаимодействия 2-х бесконечно длинных прямых проводников с током, модели которых изображены на рис.1, приводит к следующим выражениям для силы, приходящейся на единицу длины проводников, соответственно для параллельных и антипараллельных токов:

$$F_y = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi \cdot a} \cdot \left\{ 2 \left(1 + \frac{\sqrt{1-\beta^2} - 1}{\beta^2} \right) \right\}, \quad (1)$$

$$F_y = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi \cdot a} \cdot \left\{ 2 \left(\frac{1 - \sqrt{1-\beta^2}}{\beta^2} \right) \right\}. \quad (2)$$

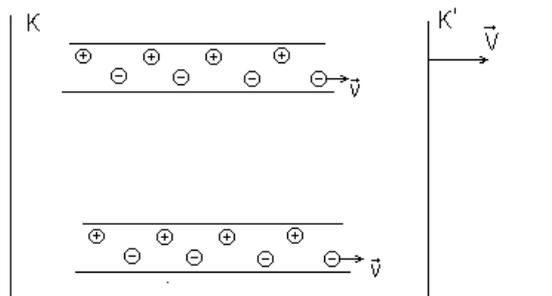


Рис.1. Взаимодействие двух проводников с током в модели, в которой они заряжены в собственной системе отсчета.

Здесь I – величина силы тока, $\beta = \frac{v}{c}$, v – дрейфовая скорость электронов проводимости, a – расстояние между токами, C – скорость света в вакууме.

Множители в фигурных скобках (1) и (2) при любых, практически используемых значениях тока отличаются от единицы слагаемыми второго и более высокого порядка малости по β . Например, пусть по двум медным проводам диаметром 2 мм протекают токи около 120А, тогда дрейфовая скорость электронов в каждом проводе $v \approx 0,3 \frac{cm}{c}$. Если $a = 3$ см, то, разлагая $\sqrt{1-\beta^2}$ в ряд, для силы взаимодействия получим:

$$F = 10 \left\{ 1 \pm \frac{\beta^2}{4} \right\} \frac{дин}{см} \quad (3)$$

с точностью до величин второго порядка малости по β . Знак "-" в последнем соотношении соответствует одинаково направленным токам, а "+" – противоположно направленным токам.

Отличие от классического выражения $F_y = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi \cdot a}$ столь незначительно, что прямой опыт по измерению силы взаимодействия токов не в состоянии при современном уровне измерительной техники [15] зарегистрировать отличие сил (1) и (2) от значений, получаемых из классического выражения.

Самым веским аргументом в доказательстве справедливости или ошибочности (1) или (2) являются результаты эксперимента. Однако, насколько известно, такие специальные опыты не проводились, а

вся совокупность фактов вполне описывается классической формулой $F_y = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi \cdot a}$. Поскольку попра-

вочный множитель $\left\{ 1 \pm \frac{\beta^2}{4} \right\} \approx \left\{ 1 \pm 3 \cdot 10^{-23} \right\}$ ничтожно мало отличается от единицы и поскольку чувствительность имеющейся экспериментальной техники [6; 7] недостаточна для опровержения или под-

тверждения формул (1) и (2), согласие с экспериментом выражения $F_y = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi \cdot a}$ нельзя расценивать как доказательство ошибочности (1) и (2).

С этих позиций уместно провести аналогию с классической механикой. Хорошо известно, что истинное уравнение движения точечной частицы в инерциальной системе отсчета (ИСО) отличается от 2-го закона Ньютона. Но возможности экспериментальной техники не позволяют при малых скоростях движения тел заметить, что 2-й закон Ньютона неточно описывает эти движения. Отличие релятивистского уравнения движения частицы от классического настолько незначительны и мизерны, что они тонут в экспериментальных погрешностях тех физических величин, с помощью которых мы хотим подтвердить или опровергнуть 2-й закон Ньютона. Но от этого закон Ньютона не перестает быть неточным и приближенным.

Поэтому говорить, что какой-то школьный опыт или демонстрация подтверждают именно 2-й закон Ньютона – это, по меньшей мере, некорректно.

Ведь даже при рассмотрении сил взаимодействия между реальными проводниками с током не учитывают классическую электрическую силу, обусловленную появлением избыточных поверхностных зарядов на поверхности этих проводников [8; 9]. Это, как правило, не обсуждается, потому что отношение этой электрической силы взаимодействия к чисто магнитной силе взаимодействия параллельных токов по порядку величины равно $\frac{F_e}{F_m} \approx 10^{-12}$ [8].

Среди теоретических аргументов в пользу справедливости некоторых соотношений следует указать на требование релятивистской их инвариантности [10; 11; 12]. Принцип относительности приводит к вполне определённым законам преобразования физических величин при переходе из одной инерциальной системы отсчета (СО) к другой.

Покажем для ситуации, изображенной на рис.1, что выражение (1), например, удовлетворяет формулам преобразования для силы [10; 14].

Для нахождения силы взаимодействия токов в СО K' , которая движется относительно лабораторной системы отсчета (ЛСО) K вдоль оси OX со скоростью \vec{V} , необходимо знать ток и объёмную плотность заряда, связанных с проводниками в СО K' . Очевидно, эти величины равны:

$$\rho' = \frac{\rho_+^0}{\sqrt{1-B^2}} - \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta'^2}} = \frac{\rho_0 \left\{ \frac{V \cdot v}{c^2} - 1 + \sqrt{1-\beta^2} \right\}}{\sqrt{(1-B^2)(1-\beta'^2)}}, \quad (4)$$

$$I' = \left(\frac{\rho_+^0 \cdot V}{\sqrt{1-B^2}} - \frac{\rho_-^0 \cdot v'}{\sqrt{1-\beta'^2}} \right) S = \frac{\rho_0 S \{v + V\sqrt{1-\beta^2} - V\}}{\sqrt{(1-B^2)(1-\beta'^2)}},$$

где $\beta = \frac{v}{c}$; $B = \frac{V}{c}$; $v' = \frac{V-v}{1-B\beta}$ – скорость электронов проводимости в системе K' , S – площадь поперечного сечения проводника; v – скорость электронов проводимости в СО K .

Тогда напряженность электрического поля и индукция магнитного поля в СО K' , соответственно, равны:

$$E' = \frac{\tau'}{2\pi\epsilon_0 \cdot a} = \tau_0 \frac{\{\sqrt{1-\beta^2} - 1 + B\beta\}}{2\pi\epsilon_0 \cdot a \sqrt{(1-B^2)(1-\beta'^2)}}, \quad (5)$$

$$B'_z = \frac{\mu_0 I'}{2\pi \cdot a} = \tau_0 \frac{\{v + V\sqrt{1-\beta^2} - V\}}{2a\pi \sqrt{(1-B^2)(1-\beta'^2)}}, \quad (6)$$

где $\tau_0 = \rho_0 \cdot S$ – линейная плотность заряда неподвижной цепочки заряженных частиц; $|\rho_+^0| = |\rho_-^0| = \rho_0$.

Величина объёмной плотности заряда ρ' и сила тока I' в СО K' могут быть также найдены по формулам преобразования для компонент 4-тока [10; 14], если составляющие 4-тока в системе отсчета K определить [13]:

$$s_1 = \frac{\rho_-^0 \cdot v}{\sqrt{1-\beta^2}}, s_2 = s_3 = 0, s_4 = \rho_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta'^2}} - 1 \right).$$

Напряженность электрического поля E' и индукцию магнитного поля B'_z можно также найти и с помощью формул преобразования для компонент тензора электромагнитного поля [10; 14; 13].

Сила взаимодействия между токами в системе K' , приходящаяся на длину $\sqrt{1-B^2}$ (то есть в СО K' мы интересуемся силой, приходящейся на тот же отрезок, что и в СО K ($\Delta l = 1$ см.), но в СО K' длина его равна $\Delta l \sqrt{1-B^2} = \sqrt{1-B^2}$; если же брать отрезок длиной 1 см в СО K' , то вместо (7) мы получим $F_y = F'_y$), равна $F'_y = F'_A - F'_E$, где F'_A представляет собой силу Ампера, действующую на ток I' со стороны поля B'_z ; F'_E – сила электрического взаимодействия между токами.

Итак, с учетом (5) и (6) получаем:

$$F_y = \sqrt{1-B^2} \left(\frac{\mu_0 I'^2}{2a\pi} - \frac{\tau'^2}{2\pi\epsilon_0 \cdot a} \right) = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi \cdot a} \left\{ 2 \left(1 + \frac{\sqrt{1-\beta^2} - 1}{\beta^2} \right) \sqrt{1-B^2} \right\}. \quad (7)$$

Эта формула (7) находится в полном согласии с формулами преобразования для компонент 4-силы [10; 11; 14].

Таким образом, мы имеем релятивистски-инвариантное описание силового взаимодействия. Аналогично может быть найдено, что движение заряженной частицы в электрическом и магнитном полях (4) описывается релятивистски-ковариантным уравнением.

Однако мы найдём такое же соотношение между силами, измеренными в системах K и K' ($F'_y = F_y \sqrt{1-B^2}$) и в рамках традиционного подхода, т.е. полагая, что проводники с током «заряжены» только в той системе, относительно которой они движутся (см. Приложение).

Такая двойственность при решении этой задачи в рамках одинакового приближения (одинаковая степень примитивности моделей, принятых в методике изучения электродинамики) вызывает удивление.

Но имеем ли мы в обоих случаях дело с физической относительностью? Следует различать физическую относительность как принцип, «утверждающий существование соответственных явлений в разных системах отсчёта, и простое требование ковариантности уравнений при переходе от одной СО к другой» [12, с. 245]. Попытаемся разобраться в этом.

Для этого рассмотрим физическую обстановку, создаваемую проводником с током, в двух системах отсчета: системе K (лабораторной) и СО, связанной с электронами проводимости K_e . В системе K_e , в рамках решения, предлагаемого нами, мы имеем ситуацию, идентичную (с точностью до знака движущихся и неподвижных зарядов) таковой в системе K .

Действительно, в СО K положительные ионы неподвижны, а электроны проводимости движутся со скоростью v . В СО K_e электроны неподвижны, а ионы движутся со скоростью v .

Поэтому напряженность электрического поля E и индукция магнитного поля B имеют в системе K такую же величину, как и в системе K_e в силу симметричности условий в системах K и K_e .

В рамках же традиционного решения [5; 10; 14; 16] в системе K электрическое поле отсутствует, ибо условие нейтральности проводника с током

$$(|\rho_-^0(1-\beta^2)|^{-\frac{1}{2}} = |\rho_+^0|), \quad (8)$$

а в системе K_e , напротив, электрическое поле не равно нулю:

$$E_e = \frac{\rho_+^0 S v^2}{c^2 2\pi \cdot a \varepsilon_0 \sqrt{1-\beta^2}}. \quad (9)$$

Далее, индукция магнитного поля в системе K равна $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot a} = \frac{\mu_0}{2\pi \cdot a} \frac{\rho_-^0 v \cdot S}{\sqrt{1-\beta^2}}$, а в системе K_e

индукция равна $B_e = \frac{\mu_0 \cdot \rho_-^0 v \cdot S}{2a\pi(1-\beta^2)}$, ибо ток в системе K_e , обусловленный только движением ионов с такой же по величине скоростью v , как и скорость электронов в системе K , оказывается равным тем не менее $I_e = \frac{I}{\sqrt{1-\beta^2}}$ [10; 14; 16] (см. также Приложение).

И это несмотря на то, что системы K и K_e симметричны (идентичны) с точностью до знака движущихся в этих СО заряженных частиц. Налицо неэквивалентность систем отсчета K и K_e .

Нарушение физической относительности особенно ясно видно при сравнении силы, действующей на электрон, который движется в системе K в направлении движения электронов проводимости со скоростью v , равной скорости последних, с одной стороны, и силы, действующей на позитрон в системе K_e , движущийся в этой системе отсчета (K_e) со скоростью v в направлении движения ионов. Мы имеем абсолютно идентичные ситуации и в СО K и в СО K_e .

Традиционная точка зрения даёт для силы, действующей в системе K на заряд q :

$$F = qvB = qv \frac{\mu_0 \rho_-^0 \cdot v \cdot S}{2a\pi \sqrt{1-\beta^2}}, \quad (10)$$

а в системе K_e сила, действующая на позитрон, равна:

$$F = qvB, -qE_e = qv \cdot \frac{\mu_0 \rho_-^0 \cdot v \cdot S}{2a\pi(1-\beta^2)} - q \frac{\rho_+^0 S \cdot v^2}{c^2 2a\pi \cdot \varepsilon_0 \sqrt{1-\beta^2}} = 0, \quad (11)$$

несмотря на то, что условия в системах K и K_e совершенно одинаковы. В этом примере можно предположить, что нарушается возможность физической адаптации, которая «является решающим условием реализации физической относительности» [17, с. 8-9].

Если же принять модель проводника с током, предлагаемую нами, то решения этой задачи в системах отсчета K и K_e будут тождественны.

Но для силы, действующей на единицу длины одного из токов, получаем, как уже отмечалось, согласованное решение в рамках каждой из моделей.

Инвариантность силы при переходе из одной СО в другую в пределах традиционной модели и модели проводников с током, предлагаемой здесь, и различные величины этой силы обусловлены, соответственно, одинаковым законом преобразования компонент тензора электромагнитного поля и различными значениями его компонент (а в конечном счёте различной величиной четвёртой составляющей 4-тока) в каждой из моделей.

Возможно, формулы (1) и (2) не имеют отношения к реальности из-за примитивности модели, породившей их. Но тогда надо объяснить, почему при любых значениях тока (при любых значениях величины β), текущего по проводнику, реализуется условие: $|\rho_+^0| = |\rho_-^0(1-\beta^2)^{\frac{1}{2}}|$, если в отсутствие тока $|\rho_-^0| = |\rho_+^0|$. Однако это другой вопрос. Альтернативные точки зрения на проблему «заряд проводника с током» обсуждались в работах [10; 13; 18]. Мы лишь хотели показать, что если быть последовательными и оставаться в согласии с принципом относительности в рамках принятого приближения, которое часто используется [2; 3; 4; 5; 9; 13; 14; 16], необходимо учитывать релятивистские поправки в электрическом поле движущихся зарядов («заряд проводника с током»).

В заключение подчеркнем, что теоретический материал, изложенный в статье, может быть достаточно успешно проработан студентами в процессе самостоятельной работы. Наш опыт свидетельствует, что самостоятельное изучение аналогичных тем не только способствует более глубокому осмыслению идей электродинамики и СТО, но и развивает конструктивно-критическое мышление будущих физиков.

Приложение

В системе K' , относительно которой токи перемещаются вдоль своей длины со скоростью V , кроме магнитного взаимодействия токов будет иметь место и электрическое взаимодействие, ибо каждый проводник с током в этой СО характеризуется объёмной плотностью заряда [5; 10; 11]:

$$\rho' = \frac{V \cdot j_x}{c^2 \sqrt{1-B^2}} = \frac{V \cdot v \cdot \rho_-^0}{c^2 \sqrt{(1-B^2)(1-\beta^2)}}, \quad (12)$$

где j_x – плотность тока в СО K , относительно которой проводник с током неподвижен; v – дрейфовая скорость электронов проводимости.

Условие нейтральности проводника с током в ССО определяется соотношением (8).

Поэтому результирующая сила, действующая на участок проводника длиной $\Delta l \sqrt{1-B^2}$ одного из токов со стороны другого, равна:

$$F' = \frac{\mu_0 I'}{2\pi} \cdot I' \Delta l \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} - \frac{\tau'}{2\pi \cdot \varepsilon_0} \tau' \Delta l \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} = \frac{\Delta l \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \cdot \left(\mu_0 I'^2 - \frac{\tau'^2}{\varepsilon_0^2} \right)}{2\pi} = \frac{\mu_0 I'^2 \Delta l \cdot \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}{2\pi},$$

где $I' = \frac{S \cdot v \cdot \rho_-^0}{\sqrt{(1-\frac{V^2}{c^2}) \cdot (1-\beta^2)}} = \frac{I}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$, $\tau' = \frac{SV \cdot v \rho_-^0}{c^2 \cdot \sqrt{(1-\frac{V^2}{c^2}) \cdot (1-\beta^2)}}$ – сила тока в проводнике и линейная

плотность заряда на этом проводнике, соответственно, в СО K' . То есть, мы получили требуемое соотношение между силами F' и F :

$$F' = F \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}.$$

Таким образом, чтобы получить релятивистски-инвариантное описание взаимодействия токов в рамках традиционного подхода, необходимо иметь следующий закон преобразования тока: $I' = \frac{I}{\sqrt{1-B^2}}$, где I – величина тока в системе K . Последнее, как нетрудно видеть, обеспечивается

равенством $|\rho'_+| = |\rho_-^0(1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}|$, несмотря на то, что и плотность электронов проводимости, и плотность положительных ионов изменяются по одинаковому закону при переходе к системе K' :

$$\rho'_- = \frac{\rho_-^0}{\sqrt{1-\beta'^2}}, \quad \rho'_+ = \frac{\rho_+^0}{\sqrt{1-B^2}}.$$

Заметим, что соотношение $I' = \frac{I}{\sqrt{1-B^2}}$ получается сразу из формул преобразования для компонент 4-тока [10; 14] при условии $s_4 = 0$ или исходя из определения силы тока.

Литература:

1. Коновал О.А. Електродинаміка і теорія відносності: навчальний посібник для студентів фізичних спеціальностей педагогічних університетів / О.А. Коновал; Криворізький державний педагогічний університет. - Кривий Ріг: КДПУ, 2011. - 133 с. –укр.
2. Парселл Э. Электричество и магнетизм: учебное руководство / Пер. с англ., под ред. А.И. Шальникова и А.О. Вайсенберга. – 3-е изд., испр. - Москва: Наука, 1983. - 416 с. (Берклиевский курс физики).
3. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. / И. В. Савельев. - Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. - Москва: Наука, 1978. - 480 с.
4. Тамм И. Е. Основы теории электричества / И. Е. Тамм. - М.: Наука, 1966. - 624 с.
5. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике: В 9-ти т. / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. - Т. 5: Электричество и магнетизм. - Москва: Мир, 1966. - 290 с.
6. Слабкий Л.И. Методы и приборы предельных измерений в экспериментальной физике / Л.И. Слабкий. - Москва: Наука, 1973. - 272 с.
7. Брагинский В. Б. Физические эксперименты с пробными телами / В. Б. Брагинский. - Москва: Наука, 1970. - 136 с.
1. Брагинский В.Б. Измерение малых сил в физических экспериментах / В.Б. Брагинский, А.Б. Манукин. - Москва: Наука, 1974. - 152 с.
8. Morton N. Electric and magnetic forces between parallel-wire conductors//Phys. Educ., 1979, vol.14, no.6, с.369-373.
9. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы / И.Е. Иродов. – [4-е изд., испр.]. - Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. - 320 с.
10. Беккер Р. Электронная теория / Р. Беккер. - Л.: ОНТИ, 1936. - 416 с.
11. Пановский В. Классическая электродинамика / В. Пановский, М. Филипс. - Москва: ГИФМЛ, 1963. - 432 с.
12. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения / В.А. Фок. - Москва: ФМЛ, 1963.
13. Коновал О.А. Відносність електричного і магнітного полів: монографічний навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / О.А. Коновал; Міністерство освіти і науки України; Криворізький державний педагогічний університет. - Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. - 248 с. –укр.
14. Угаров В.А. Специальная теория относительности / В.А. Угаров. - Москва: Наука, 1977. - 384 с.
15. Коновал О.А. Теоретичні та методичні основи вивчення електродинаміки на засадах теорії відносності: монографія / О.А. Коновал; Міністерство освіти і науки України; Криворізький державний педагогічний університет. - Кривий Ріг: Видавничий дім, 2009. - 346 с. –укр.
16. Матвеев А.Н. Электродинамика и теория относительности / А.Н. Матвеев. - Москва: Высшая школа, 1964. - 435 с.
17. Фок В.А. Теория Эйнштейна и физическая относительность / В.А. Фок. - Москва: Знание, 1967.
18. Мартинсон М.Л. О плотности заряда внутри проводника с током / М.Л. Мартинсон, А.В. Недоспасов // Успехи физических наук, 1993, т. 163, № 1, с. 91-92.

Prezentat la 10.10.2012