STUDIA UNIVERSITATIS MOLDAVIAE, 2016, nr.2(92)
Seria "Ştiinţe exacte şi economice" ISSN 1857-2073 ISSN online 2345-1033 p.40-45

ON SOME IDENTITIES IN TERNARY QUASIGROUPS

Dina CEBAN

State University of Moldova

Identities of length 5, with two variables in binary quasigroups are called minimal identities. V.Belousov and, independently, F. Bennett showed that, up to the parastrophic equivalence, there are seven minimal identities. The existence of paratopies of orthogonal systems, consisting of two binary quasigroups and the binary selectors, implies three minimal identities (of seven). The existence of paratopies of orthogonal system, consisting of three ternary quasigroups and the ternary selectors, gives 67 identities. In the present article these identities are listed and it is proved that each of 67 identities is equivalent to one of the following four identities: ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A,\ {}^{\gamma}A,\ {}^{\delta}A) = E_1$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A,\ {}^{\gamma}A,\ E_1) = E_2$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A,\ E_1,\ E_2) = {}^{\gamma}A({}^{\delta}A,\ E_1,\ E_3)$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A,\ E_1,\ E_2) = {}^{\gamma}A({}^{\delta}A,\ E_1,\ E_2)$, where A is a ternary quasigroup and $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in S_4$. A necessary condition when a tuple $\theta = (A_1, A_2, \dots, A_n)$ consisting of n-ary quasigroups, defined on a set Q, is a paratopy of the orthogonal system $\Sigma = \{A_1, A_2, \dots, A_n, E_1, E_2, \dots, E_n\}$ is given.

Keywords: *minimal identity, n-ary quasigroup, paratopy, orthogonal system of quasigroups.*

ASUPRA UNOR IDENTITĂŢI ÎN CVASIGRUPURI TERNARE

Identităţi minimale în cvasigrupuri binare se numesc identităţile de lungime 5, cu două variabile. V.Belousov şi, independent, F.Bennett au demonstrat că, abstracţie facând de relaţia de echivalenţă parastrofică, există şapte identităţi minimale. Paratopiile sistemelor ortogonale formate din două cvasigrupuri binare şi cei doi selectori binari implică apariţia a trei identităţi minimale (din şapte). În caz ternar, paratopiile sistemelor ortogonale din trei cvasigrupuri ternare şi cei trei selectori ternari conduc la apariţia a 67 de identităţi. În articol este prezentată lista acestor identităţi şi se demonstrează că oricare dintre aceste 67 de identităţi este echivalentă cu una din următoarele patru identităţi: ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A,\ {}^{\gamma}A,\ {}^{\delta}A) = E_1$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A,\ {}^{\gamma}A,\ E_1) = E_2$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A,\ E_1,\ E_2) = {}^{\gamma}A({}^{\delta}A,\ E_1,\ E_3)$, ${}^{\alpha}A({}^{\beta}A,\ E_1,\ E_2) = {}^{\gamma}A({}^{\delta}A,\ E_1,\ E_2)$, unde A este un cvasigrup ternar şi $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in S_4$. De asemenea, este dată o condiţie necesară ca o uplă $\theta = (A_1, A_2, \dots, A_n)$ formată din cvasigrupuri n-are, definite pe o mulţime Q, să fie o paratopie a sistemului ortogonal $\Sigma = \{A_1, A_2, \dots, A_n, E_1,\ E_2, \dots, E_n\}$.

Cuvinte-cheie: *identitate minimală, cvasigrup n-ar, paratopie, sistem ortogonal de cvasigrupuri.*

Prezentat la 06.07.2016
Publicat: august 2016