SEPARABILITATEA PARŢIALĂ LA INTERACŢIUNEA A DOI RADIATORI CUANTICI

Nellu CIOBANU

Institutul de Fizică Aplicată al AŞM

The off resonance effect and its influence on the reversibility between two quantum subsystems (single mod cavity field and a three-level in cascade configuration) in interaction is studied. It is found the partial reversible condition for which these quantum subsystems can restore their diagonal moments, while the non diagonals remain correlated after the interaction process.

Introducere

La etapa actuală o atenţie deosebită se acordă interacţiunii a două subsisteme cuantice. Acest tip de schimb de energie a fost frecvent utilizat în fizica clasică pentru transmiterea şi manipularea în timp a informaţiei, rămânând actuală şi în teoria cuantică [1,2]. Deoarece fluctuaţiile energetice şi timpul de interacţiune sunt legate cu principiul de incertitudine al lui Heisemberg, $\Delta E \Delta \tau \geq \hbar,$ manipularea cu stările cuantice a doi oscilatori devine mult mai dificilă decât în optica clasică sau semiclasică [3]. Fenomenul amestecării şi separării a două subsisteme cuantice este o problema destul de atractivă, datorită posibilităţii de restabilire a stărilor iniţiale a atomului şi a câmpului după ce acestea interacţionează între ele [1,4]. Din punct de vedere statistic, odată cu creşterea numărului gradelor de libertate a unuia din subsisteme sau a numărului de niveluri (ori a numărului de moduri din cavitate), realizarea fenomenului de separabilitate (reversibilitate) devine extrem de complicat, uneori chiar imposibil.

Actualmente, există un număr impunător de lucrări consacrate problemei reversibilităţi în timp a două subsisteme cuantice ce interacţionează. Una dintre acestea o constituie captarea cuantică descrisă în [5], unde reversibilitatea dintre un atom cu trei niveluri şi câmpul electromagnetic de cavitate este realizată ca o consecinţă a ecuaţiei staţionare a lui Schordinger $H_I \Psi(t) = 0$ şi a fenomenului reversibilităţii cuantice [4,6], în care se studiază posibilitatea restablirii în timp a starilor celor două subsisteme.

În această lucrare este pusă problema restabilirii în timp a informaţiei (informaţia stărilor subsistemelor) la interacţiunia unui atom cu trei niveluri de tip cascade cu un singur mod al câmpului electromagnetic de cavitate pentru cazul când acestea nu se află în rezonanţă unul faţă de altul. Este obţinută soluţia exactă a funcţiei de undă ce descrie amestecarea subsistemului atomic cu cel al câmpului de cavitate, la fel şi relaţia de recurenţă dintre coeficienţii descompunerii funcţiei de undă pe stările Fock. Se analizează unele proprietăţi ale câmpului electromagnetic din cavitate, pentru cazul interacţiunii nerezonate.

1. Hamiltonianul problemei şi soluţia exactă a funcţiei de undă

În cele ce urmează ne propunem ca scop de a studia problema separării în timp a două subsisteme cuantice în interacţie. Să determinăm mai întâi soluţia exactă a evoluţiei funcţiei de undă a celor două subsisteme, precum şi posibilitatea restabilirii stărilor acestora după amestecare.

Drept exemplu, să considerăm un atom pregătit în superpoziţia a trei stări: de bază $|g\rangle$, intermediară $|i\rangle$ şi excitată $|e\rangle$, care interacţionează cu un singur mod al câmpului electromagnetic de cavitate, în urma căreia are loc emisia a doi fotoni, conform schemei tranziţiilor optice din Figura 1.

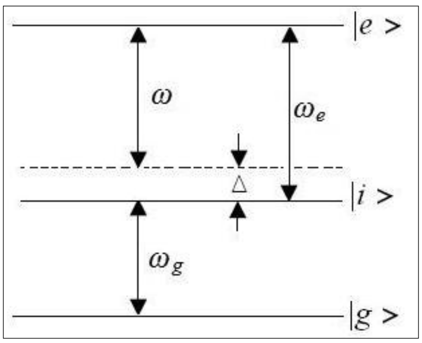


Fig.1. Configuraţia nivelurilor energetice ale atomului cu trei niveluri.

În caz general, hamiltonianul sistemului cuplat „atom+cavitate” poate fi scris sub următoarea formă:

$$H = H_0 + H_I, \tag{1}$$

unde $H_0 = \hbar\omega a^+ a + \hbar\omega_e |e\rangle\langle e| - \hbar\omega_g |g\rangle\langle g|$ şi $H_I = \hbar\lambda_1 \left(|i\rangle\langle g| a + a^+ |g\rangle\langle i|\right) + \hbar\lambda_2 \left(|e\rangle\langle i| a + a^+ |i\rangle\langle e|\right)$ reprezintă partea liberă, precum şi cea de interacţie a hamiltonianului. Fie că vom nota poziţia energetică a

 ISSN 1857-1735

stării de bază prin $E_g = -\hbar\omega_g$, iar a celei excitate prin $E_e = \hbar\omega_e$. În expresia pentru hamiltonianul general (1), frecvenţa ω corespunde modului de cavitate descris de generarea şi anihilarea operatorilor de câmp a^+ şi a. Coeficienţii $\hbar\lambda_1 = \left(\vec{d}_{i,g}, \vec{g}(\omega)\right)$, $\hbar\lambda_2 = \left(\vec{d}_{i,e}, \vec{g}(\omega)\right)$ descriu energiile de cuplaj dintre modul de cavitate şi tranziţiile ce corespund excitării $|i\rangle\langle g|$, $|e\rangle\langle i|$ şi relaxării $|g\rangle\langle i|$, $|i\rangle\langle e|$ a sistemului; $\vec{d}_{i,g}$ şi $\vec{d}_{i,e}$ reprezintă tranziţiile dipolare ale elementelor de matrice, iar $\vec{g}(\omega)$ constanta de cuplaj.

Ţinând cont de faptul că frecvenţa modului câmpului electromagnetic de cavitate este abătută de la frecvenţele optice ale atomului cu $\Delta = \omega_e - \omega = \omega - \omega_g$, comportamentul sistemului va fi descris de următorul hamiltonian efectiv:

$$\widetilde{H}_I = \hbar\Delta\left(|e\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g|\right) + \hbar\lambda_1\left(|i\rangle\langle g|a + a^+|g\rangle\langle i|\right) + \hbar\lambda_2\left(|e\rangle\langle i|a + a^+|i\rangle\langle e|\right) \tag{2}$$

Fie că la momentul de timp, $\tau = 0$, cavitatea este astfel pregătită, încât stările subsistemului atomic şi ale câmpului electromagnetic sunt total separate:

$$|\Psi(0)\rangle = \sum_{n=N_d}^{N_u}\left(\alpha|e\rangle + \beta|i\rangle + \gamma|g\rangle\right) \otimes S_n|n\rangle . \tag{3}$$

În expresia funcţiei de undă (3) N_d şi N_u reprezintă limita de jos şi cea de sus ale descompunerii funcţiei de undă pe stările Fock, iar $|\alpha|^2$, $|\beta|^2$ şi $|\gamma|^2$ descriu probabilităţile de populare pe niveluri energetice ale atomului. Deoarece hamiltonianul sistemului liber comută cu hamiltonianul efectiv de interacţie $[H_0, \widetilde{H}_I] = 0$, în reprezentarea de interacţie, ecuaţia lui Schrodinger $i\hbar \frac{\partial|\Psi(\tau)\rangle}{\partial\tau} = \widetilde{H}_i|\Psi(\tau)\rangle$ pentru sistemul cuplat „atom+cavitate” poate fi soluţionată exact:

$$\begin{aligned}
|\Psi(\tau)\rangle = \sum_{n=N_d}^{N_u} \Big\{ & a\frac{\lambda_2^2(n+1)}{\Theta_{n+1}}[e^{-i\Delta\tau/2}\cos(\Omega_{n+1}\frac{\tau}{2}) - i\frac{\Delta}{\Omega_{n+1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n+1}\frac{\tau}{2}) - e^{-i\Delta\tau}]S_n + a\ e^{-i\Delta\tau}S_n \\
& - 2\beta i\lambda_2\frac{\sqrt{n+1}}{\Omega_{n+1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n+1}\frac{\tau}{2})S_{n+1} \\
& + \gamma\frac{\lambda_1\lambda_2\sqrt{(n+1)(n+2)}}{\Theta_{n+1}}[e^{-i\Delta\tau/2}\cos(\Omega_{n+1}\frac{\tau}{2}) - i\frac{\Delta}{\Omega_{n+1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n+1}\frac{\tau}{2}) - e^{-i\Delta\tau}]S_{n+2}\}|e\rangle \\
& + \{\beta e^{-i\Delta\tau/2}[\cos(\Omega_n\frac{\tau}{2}) + i\frac{\Delta}{\Omega_n}\sin(\Omega_n\frac{\tau}{2})]S_n - 2i\alpha\frac{\lambda_2\sqrt{n}}{\Omega_n}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_n\frac{\tau}{2})S_{n-1} \\
& - i\gamma\frac{\lambda_1\sqrt{n+1}}{\Omega_n}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_n\frac{\tau}{2})S_{n+1}\}|i\rangle \\
& + \{\alpha\frac{\lambda_1\lambda_2\sqrt{n(n-1)}}{\Theta_{n-1}}[e^{-i\Delta\tau/2}\cos(\Omega_{n-1}\frac{\tau}{2}) - i\frac{\Delta}{\Omega_{n-1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n-1}\frac{\tau}{2}) - e^{-i\Delta\tau}]S_{n-2} \\
& - 2\beta i\lambda_1\frac{\sqrt{n}}{\Omega_{n-1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n-1}\frac{\tau}{2})S_{n-1} \\
& + \gamma\{\frac{\lambda_1^2 n}{\Theta_{n-1}}[e^{-i\Delta\tau/2}\cos(\Omega_{n-1}\frac{\tau}{2}) - i\frac{\Delta}{\Omega_{n-1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n-1}\frac{\tau}{2}) - e^{-i\Delta\tau}] + e^{-i\Delta\tau}\}S_n\}|g\rangle\Big\}|n\rangle,
\end{aligned} \tag{4}$$

unde $\Omega_n = \sqrt{\Delta^2 + 4\left(\lambda_1^2(n+1) + \lambda_2^2 n\right)}$ este frecvenţa Rabi, iar $\Theta_n = \left(\Omega_n^2 - \Delta^2\right)/4$.

În acord cu expresia funcţia de undă (4), stările atomului şi ale câmpului de cavitate, după interacţiune, sunt amestecate. Fie că punem problema restabilirii stărilor de până la interacţiune a celor două subsisteme. Altfel spus, trebuie să determinăm timpul de zbor al atomului prin cavitate, pentru care funcţia de undă descrisă de formula (4) să treacă în (3). Acest lucru ar însemna ca probabilitatea de populare a câmpului pe stările Fock $|n\rangle$ să fie egală cu cea de până la interacţiune $\langle\Psi(\tau)\|n\rangle\langle n\|\Psi(\tau)\rangle = |S_n|^2$. Similar, popularea stării cuantice de bază, $\langle\Psi(\tau)\|g\rangle\langle g\|\Psi(\tau)\rangle = |\gamma|^2$, intermediară $\langle\Psi(\tau)\|i\rangle\langle i\|\Psi(\tau)\rangle = |\beta|^2$ şi excitată $\langle\Psi(\tau)\|e\rangle\langle e\|\Psi(\tau)\rangle = |\alpha|^2$ ale atomului trebuie să fie aceleaşi ca în momentul iniţial de timp $\tau = 0$. Un astfel de câmp ar trebui să posede anumiţi coeficienţi, S_n, pentru care fenomenul reversibilităţii în timp ar putea fi realizat. Într-adevăr, după cum rezultă din funcţia de undă descrisă de relaţia (4), această cerinţă poate fi satisfăcută doar pentru anumite condiţii, care trebuiesc impuse celor trei stări ale atomului în momentul de timp, τ . Astfel ar trebui sa cerem ca coeficientul de pe lângă starea de bază din formula (4) să fie egal cu $\gamma e^{-i\Delta\tau} S_n |g\rangle |n\rangle$:

$$\{\alpha \frac{\lambda_1\lambda_2\sqrt{n(n-1)}}{\Theta_{n-1}}[e^{-i\Delta\tau/2}\cos(\Omega_{n-1}\frac{\tau}{2}) - i\frac{\Delta}{\Omega_{n-1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n-1}\frac{\tau}{2}) - e^{-i\Delta\tau}]S_{n-2}$$
$$+\gamma\frac{\lambda_1^2 n}{\Theta_{n-1}}[e^{-i\Delta\tau/2}\cos(\Omega_{n-1}\frac{\tau}{2}) - i\frac{\Delta}{\Omega_{n-1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n-1}\frac{\tau}{2}) - e^{-i\Delta\tau}]S_n + e^{-i\Delta\tau}S_n$$
$$-2\beta i\lambda_1\frac{\sqrt{n}}{\Omega_{n-1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n-1}\frac{\tau}{2})S_{n-1}\}|g\rangle|n\rangle = \gamma e^{-i\Delta\tau}S_n|g\rangle|n\rangle.$$

Analogic, pentru starea excitată vom impune următoarea condiţie:

$$\{a\frac{\lambda_2^2(n+1)}{\Theta_{n+1}}[e^{-i\Delta\tau/2}\cos(\Omega_{n+1}\frac{\tau}{2}) - i\frac{\Delta}{\Omega_{n+1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n+1}\frac{\tau}{2}) - e^{-i\Delta\tau}]S_n + ae^{-i\Delta\tau}S_n$$
$$+\gamma\frac{\lambda_1\lambda_2\sqrt{(n+1)(n+2)}}{\Theta_{n+1}}[e^{-i\Delta\tau/2}\cos(\Omega_{n+1}\frac{\tau}{2}) - i\frac{\Delta}{\Omega_{n+1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n+1}\frac{\tau}{2}) - e^{-i\Delta\tau}]S_{n+2}$$
$$-2\beta i\lambda_2\frac{\sqrt{n+1}}{\Omega_{n+1}}e^{-i\Delta\tau/2}\sin(\Omega_{n+1}\frac{\tau}{2})S_{n+1}\}|e\rangle|n\rangle = \alpha e^{-i\Delta\tau}S_n|e\rangle|n\rangle.$$

După cum se observă din aceste expresii, putem scrie formula de recurenţă dintre coeficienţii ce descriu câmpul electromagnetic de cavitate, adică coeficienţii S_n, care vor avea forma:

$$S_n = \frac{1}{2\beta\Theta_n}\left[i\Omega_n\frac{e^{-i\Delta\tau/2} - \cos\left(\Omega_n\frac{\tau}{2}\right)}{\sin\left(\Omega_n\frac{\tau}{2}\right)} - \Delta\right]\left[\alpha\ \lambda_2\sqrt{n}S_{n-1} + \gamma\ \lambda_1\sqrt{n+1}S_{n+1}\right]. \tag{5}$$

Pentru ca fenomenul separabilităţii cuantice să se realizeze, relaţia de recurenţă (5) trebuie sa fie satisfăcută în acelaşi moment de timp pentru toate cele trei stări ale atomului. Ca urmare, pentru starea de bază şi cea excitată această cerinţă se respectă. Dacă vom introduce relaţia de recurenţă pentru coeficienţii S_n în coeficientul de pe lângă starea intermediară din relaţia (4), atunci vom obţine că amplitudinea stării intermediare la fel trece în cea de până la interacţiune, însă cu o fază ce depinde de starea câmpului. Alfel spus, vom obţine:

$$\beta'(\tau)S_n'(\tau)|i\rangle|n\rangle = -\beta e^{-i\Delta\tau}\frac{Z(n)}{Z^*(n)}S_n|i\rangle|n\rangle = -\beta e^{-i\Delta\tau + 2i\arg Z(n)}S_n|i\rangle|n\rangle,$$

unde $Z(n) = \cos(\Omega_n\tau/2) + i\frac{\Delta}{\Omega_n}\sin(\Omega_n\tau/2) - e^{i\Delta\tau/2}$.

După cum se observă, relaţia de recurenţă (5) va fi satisfăcută pentru toate cele trei stări ale atomului şi în momentul de timp τ funcţia de undă a întregului sistem va evalua într-o stare cvasifactorizată:

$$\Psi(\tau) = e^{-i\Delta\tau}\sum_{n=N_d}^{N_u} S_n[\alpha|e\rangle + \gamma|g\rangle - \beta\frac{Z(n)}{Z^*(n)}|i\rangle]|n\rangle. \tag{6}$$

În caz general, fenomenul separabilităţii cuantice dintre două subsisteme poate fi analizat în două situaţii:

a) Separabilitatea totală, ce corespunde momentului de timp, pentru care funcţia de undă a două susbsisteme cuantice în interacţiune (atom şi cavitate) devine factorizată $\Psi(\tau) = \Psi_A(\tau) \otimes \Psi_{EM}(\tau)$. Această situaţie are loc doar pentru cazul rezonant ($\Delta = 0$). Astfel, pentru ca separabilitatea totală dintre subsisteme să aibă loc, coeficientul $Z(n)/Z^*(n)$ din expresia (6) ar trebui să fie egal cu 1. În cazul respectării acestei condiţii, funcţia de undă în momentul de timp τ va fi factorizată $\Psi(\tau) = \sum_{n=N_d}^{N_u} S_n|n\rangle \otimes [\alpha|e\rangle + \gamma|g\rangle - \beta|i\rangle]$.

b) Separabilitatea parţială, în care două subsisteme cuantice distinctibile pot fi privite ca un ansablu întreg, astfel încât funcţia de undă în momentul iniţial de timp are următoarea formă: $\Psi(0)=\sum_{n=N_d}^{N_u}\sum_{k=i,e,g}a_kS_n|n\rangle|k\rangle$, unde $a_k\equiv\alpha,\beta,\gamma$. Într-o astfel de pregătire a funcţiei de undă, coeficientul $|a_k|^2\,|S_n|^2$ reprezintă nu altceva decât probabilitatea de a găsi atomul în starea $|k\rangle$, iar câmpul – în starea $|n\rangle$. Dacă după interacţie, această probabilitate nu variază în timp, funcţia de undă poate fi reprezentată sub următoarea formă:

$$\Psi(\tau)=\sum_{n=N_d}^{N_u}\sum_{k=i,e,g}a_ke^{i\phi(n)}S_n|n\rangle|k\rangle.$$

Conform acestei definiţii, factorul de fază $\phi(n)$ nu modifică probabilitatea de a depista atomul în starea $|k\rangle$, iar câmpul în $|n\rangle$, ceea ce ne conduce la concluzia că $|a_kS_ne^{i\phi(n)}|^2=|a_k|^2\,|S_n|^2$. Ca urmare, funcţia de undă în momentul de timp τ nu este factorizată, adică după interacţiune funcţiile de undă ale celor două subsisteme încă ramân amestecate.

Din punct de vedere fizic, acest efect devine mai clar doar după ce vom introduce operatorul matricei de densitate pentru sistemul atomic şi cel al câmpului. Utilizând operatorul de proiectare, $|\Psi(\tau)\rangle\langle\Psi(\tau)|$, vom scrie operatorul redus al matricei de densitate pentru cele două subsisteme sub următoarea formă:

$$\begin{aligned}W_A=S\ p_{ph}\{|\Psi(\tau)\rangle\langle\Psi(\tau)|\}&=[\alpha|e\rangle+\gamma|g\rangle][\alpha^*\langle e|+\gamma^*\langle g|]+|\beta|^2|i\rangle\langle i|\\&-\beta^*(\alpha|e\rangle+\gamma|g\rangle)\langle i|\sum_{n=N_d}^{N_u}|S_n|^2\frac{Z^*(n)}{Z(n)}-\beta(\alpha^*\langle e|+\gamma^*\langle g|)|i\rangle\sum_{n=N_d}^{N_u}|S_n|^2\frac{Z(n)}{Z^*(n)}\end{aligned}\tag{7}$$

$$W_{EM}=S\ p_A\{|\Psi(\tau)\rangle\langle\Psi(\tau)|\}=\sum_{n=N_d}^{N_u}\sum_{m=M_d}^{M_u}\left[1+|\beta|^2\left(\frac{Z^*(m)Z(n)}{Z(m)Z^*(n)}-1\right)\right]S_nS_m^*|n\rangle\langle m|\tag{8}$$

Conform formulelor (6) şi (7), după ce atomul părăseşte cavitatea, elementele diagonale ale operatorului de densitate redus pentru câmp şi atom coincid cu cele de până la interacţiune, pe când cele nediagonale nu coincid.

2. Experienţa computaţională şi discuţii

Condiţia de reversibilitate descrisă în această lucrare este mult mai generală decât cea descrisă în literatură, deoarece aceasta descrie evoluţia sistemului în orice moment de timp. Mai mult ca atât, pentru cazul când $\Delta\to\infty$, $\lambda_1=\lambda_2$, iar nivelul intermediar nu este populat, soluţia exactă a funcţiei de undă (4) şi formula de recurenţă (5) se reduc la problema atomului cu două niveluri discutată în [7].

În continuare vom cerceta comportamentul şi posibilitatea de restabilire a populaţiei numărului mediu de fotoni pe starea de bază şi cea excitată, pentru cazul când timpul de zbor al atomului prin cavitate este cuprins în intervalul de timp $0\le t\le\tau$. Luând în consideraţie expresia (4) ce descrie comportamentul funcţiei de undă a sistemului „atom+cavitate", observăm că valoarea medie a populaţiei pe nivelul excitat şi cel de bază poate fi scrisă sub următoarea formă:

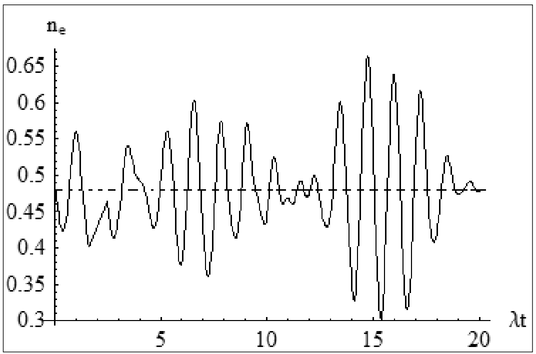
$$\begin{aligned}n_e&=|\langle\Psi(t)\,|\,e\rangle|^2=\sum_{n=N_d}^{N_u}|A_n(t)|^2,\\n_g&=|\langle\Psi(t)\,|\,g\rangle|^2=\sum_{n=N_d}^{N_u}|C_n(t)|^2,\end{aligned}\tag{9}$$

unde
$$\begin{aligned}A_n(t)&=\alpha\frac{\lambda_2^2(n+1)}{\Theta_{n+1}}\left[e^{-i\Delta t/2}\cos\left(\Omega_{n+1}\frac{t}{2}\right)-i\frac{\Delta}{\Omega_{n+1}}e^{-i\Delta t/2}\sin\left(\Omega_{n+1}\frac{t}{2}\right)-e^{-i\Delta t}\right]\\&+e^{-i\Delta t}S_n-2\beta i\lambda_2\frac{\sqrt{n+1}}{\Omega_{n+1}}e^{-i\Delta t/2}\sin\left(\Omega_{n+1}\frac{t}{2}\right)S_{n+1},\end{aligned}$$

$$C_n(t)=\alpha\frac{\lambda_1\lambda_2\sqrt{n(n-1)}}{\Theta_{n-1}}\left[e^{-i\Delta t/2}\cos\left(\Omega_{n-1}\frac{t}{2}\right)-i\frac{\Delta}{\Omega_{n-1}}e^{-i\Delta t/2}\sin\left(\Omega_{n-1}\frac{t}{2}\right)-e^{-i\Delta t}\right]S_{n-2}$$
$$-2\beta i\lambda_1\frac{\sqrt{n}}{\Omega_{n-1}}e^{-i\Delta t/2}\sin\left(\Omega_{n-1}\frac{t}{2}\right)S_{n-1}+\gamma\left\{\frac{\lambda_1^2 n}{\Theta_{n-1}}\left[e^{-i\Delta t/2}\cos\left(\Omega_{n-1}\frac{t}{2}\right)-i\frac{\Delta e^{-i\Delta t/2}}{\Omega_{n-1}}\sin\left(\Omega_{n-1}\frac{t}{2}\right)-e^{-i\Delta t}\right]+e^{-i\Delta t}\right\}S_n.$$

reprezintă amplitudinea de tranziţie pe starea excitată şi cea de bază.

În Figura 2 este reprezentă dependenţa în timp a expresiilor (9). Ca urmare, pentru cazul când nivelul intermedia nu este populat, $\beta=0,$ relaţia de recurenţă (5) nu depinde de timp $\alpha\ \lambda_2\sqrt{n}S_{n-1}+\gamma\ \lambda_1\sqrt{n+1}S_{n+1}=0$ şi coincide cu problema discutată în [5]. Deci, probabilitatea de populare pe nivelul de bază şi cel excitat este constantă, iar inversia atomică nu are loc. În cazul problemei noastre, atomul este pregătit într-o superpoziţie aleatorie de stări, iar nivelul intermediar este populat $\beta\neq 0$, astfel încât în urma restabilirilor stărilor de până la interacţiune în sistem apar oscilaţii.



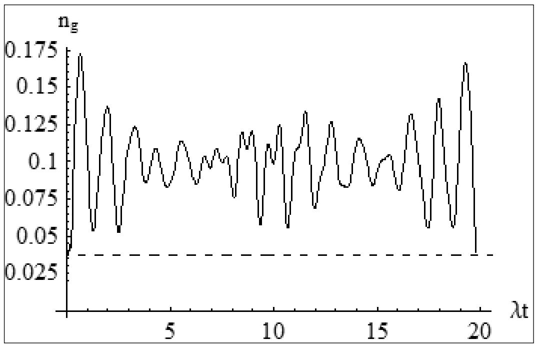


Fig.2. Evoluţia în timp a probabilităţii de populare pe nivelul excitat n_e şi cel de bază n_g pentru următoarele valori: n=15, Δ=1, α=0,7, β=0,3, iar $\gamma=\sqrt{1-\alpha^2-\beta^2}$.

După cum observăm din calculul numeric, atomul intră şi parăseşte cavitatea în aceeaşi superpoziţie de stări.

Influenţa parametrului Δ asupra procesului de reversibilitate poate fi analizată doar în urma definirii momentelor diagonale $\left\langle (a^+a)^p\right\rangle$ şi nediagonale $\left\langle a^p\right\rangle+\left\langle a^{+p}\right\rangle$ ale numărului mediu de fotoni:

$$\left\langle n^p\right\rangle=\left\langle (a^+a)^p\right\rangle=\sum_{n=N_d}^{N_u}n^p\Big[|A_n(\tilde{\tau})|^2+|B_n(\tilde{\tau})|^2+|C_n(\tilde{\tau})|^2\Big],\tag{10}$$

$$\left\langle a^p\right\rangle+\left\langle a^{+p}\right\rangle=\sum_{n=N_d}^{N_u}\sqrt{\frac{n!}{(n-p)!}}\Big[A_n^*(\tilde{\tau})A_{n+p}(\tilde{\tau})+B_n^*(\tilde{\tau})B_{n+p}(\tilde{\tau})+C_n^*(\tilde{\tau})C_{n+p}(\tilde{\tau})\Big]+h\ c,\tag{11}$$

unde $p=1,2,...,$ iar

$$B_n(\tilde{\tau})=-\alpha\frac{2i\lambda_2\sqrt{n}}{\Omega_n}e^{-i\Delta\tilde{\tau}/2}\sin\left(\Omega_n\frac{\tilde{\tau}}{2}\right)S_{n-1}+\beta e^{-i\Delta\tilde{\tau}/2}\left[\cos\left(\Omega_n\frac{\tilde{\tau}}{2}\right)+i\frac{\Delta}{\Omega_n}\sin\left(\Omega_n\frac{\tilde{\tau}}{2}\right)\right]S_n$$
$$-\gamma\frac{2i\lambda_1\sqrt{n+1}}{\Omega_n}e^{-i\Delta\tilde{\tau}/2}\sin\left(\Omega_n\frac{\tilde{\tau}}{2}\right)S_{n+1}.$$

Pentru o descriere mai amănunţită a proprietăţilor câmpului electromagnetic de cavitate, vom studia comprimarea fluctuaţiilor în cvadraturi ale amplitudinii câmpului. Ca urmare, vom defini operatori $A_x=(a^++a)/2$ şi $A_y=i(a^+-a)/2$ ce satisfac următoarea relaţie de recurenţă: $[A_x,A_y]=i/2$. Ţinând cont de principiul incertitudinii $\Delta_x\Delta_y\geq 1/2$, vom scrie comprimarea fluctuaţiilor cvadratice în felul următor:

$$\delta_x^2 = \frac{\langle a^2\rangle + \langle a^{+2}\rangle + 2\langle a^+ a\rangle}{\left(\langle a^+\rangle + \langle a\rangle\right)^2} - 1,$$
$$\delta_y^2 = \frac{\langle a^2\rangle + \langle a^{+2}\rangle - 2\langle a^+ a\rangle}{\left(\langle a^+\rangle - \langle a\rangle\right)^2} - 1. \tag{12}$$

În Figura 3 este reprezentată dependenţa în timp a expresiilor (12).

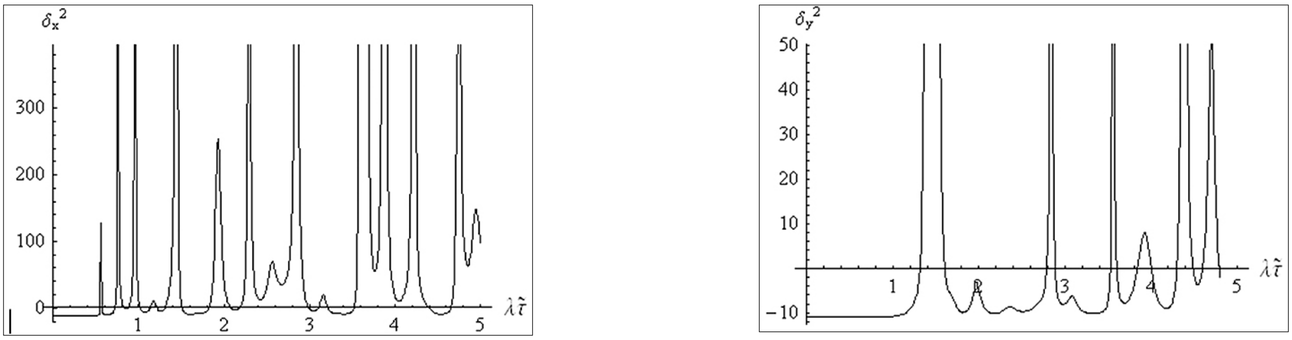


Fig.3. Comprimarea fluctuaţiilor cvadratice δ_x^2 şi δ_y^2 ca funcţie de λτ, pentru următoarele valori:
n=10, Δ=1, α=0,8, β=0,3.

După cum se observă din Figura 3, pentru cazul neresonant, $\Delta \neq 0$, comprimarea fluctuaţiilor în cvadraturi în momentul iniţial şi cel final de timp diferă. Altfel spus, traversarea atomului prin cavitatea, ce este descrisă de coeficienţii (5), schimbă momentele nediagonale ale expresiei (11). În caz contrar, pentru $\Delta = 0$, are loc restabilirea totală a elementelor diagonale şi nediagonale (Fig.4):

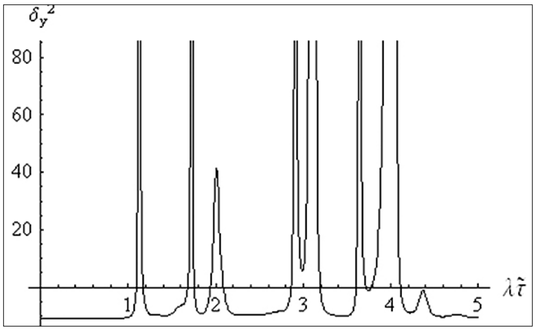


Fig.4. La fel ca în Fig.3, cu excepţia Δ=0.

În Figura 5 este reprezentată dependenţa în timp a fluctuaţiilor normale ale numărului mediu de fotoni

$$\sigma = \frac{\langle n^2\rangle - \langle n\rangle^2}{\langle n\rangle}. \tag{13}$$

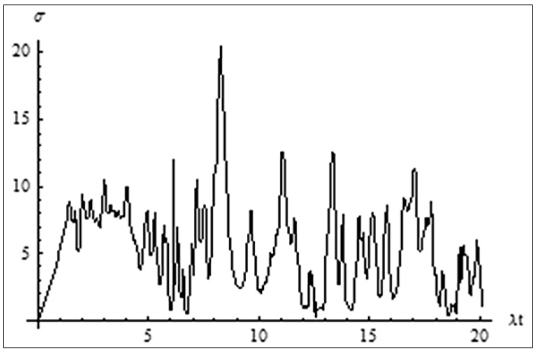


Fig.5. Dependenţa în timp a fluctuaţiilor relative σ pentru: n=10, Δ=0,1, α=0,9, β=0,4.

Ca urmare, statistica din cavitate posedă un comportament super-Poissonian.

Concluzii

În prezenta lucrare a fost obţinută condiţia de reversibilitate a două subsisteme cuantice ce interacţionează între ele. Este demonstrat că, după interacţiune, sistemul poate sa-şi restabilească doar elementele diagonale ale operatorului matricei de densitate (inversia atomică, numărul mediu de fotoni şi fluctuaţiile acestuia). Acest efect a fost numit *separabilitatea parţială a două subsisteme cuantice* şi este studiat ţinându-se cont de realizări experimentale efectuate pe atomi de *Rb* [8,9].

Referinţe:

1. Weidinger M., Varcoe B.T.H., Heerlein R., Walther H. // Phys. Rev. Lett., 82 (1999), 3795; Meschede D., Walther H., Muller G. // Phys. Rev. Lett. 54 (1985), 551; Rempe G., Schmidt-Kaler F., Walther H. // Phys. Rev. Lett. 64 (1990) 2783.
2. Takao Aoki, Wilcut E., Bowen W.P., Parkins A.S., Kippenberg T.J., Vahala K.J. and Kimble Barak Dayan // Nature, 443, 2006, 671.
3. Allen L., Eberly J.H. Optical Resonance and Two-Level Atoms. - New York, 1975.
4. Slosser J.J. and Meystre P. // Phys. Rev., A 41 (1990), 3867; Slosser J.J., Meystre P., Braunstein S. // Phys. Rev. Lett., 63 (1989), 934 .
5. Agarwal G.S. // Phys.Rev. Lett., 71 (1993), 1351.
6. Enaki N.A., Ciobanu N. // Journal of Modern Optics, TMOP-2007-0010.R1, 272097, (In press); Enaki N.A., Ciornea V.I., Lin D.L. // Optics Commun, 226 (2003), 285.
7. Orszag M., Ramirez R., Retamal J.C., Roa L. // Phys. Rev., A 45 (1992), 6717.
8. Brune M., Raimond J.M., Davidovich L., Haroche S. // Phys. Rev. Lett. 59 (1987), 1899.
9. Chaneliere T., Matsukevich D. N., Jenkins S. D., Lan S.Y., Zhao R., Kennedy T.A.B., Kuzmich A. // Phys. Rev. Lett., 98 (2007), 113602.

Notă: *Această lucrare a fost efectuată cu suportul financiar al CSŞDT al AŞM în cadrul proiectului instituţional 06.408.013F şi Proiectul Independent pentru tineri cercetători 07.408.31 INDF.*

Prezentat la 22.04.2008